Проф. Г. Д. Гримм

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ В АРХИТЕКТУРЕ

ОНТИ · 1935
Главная Редакция Строительной Литературы

Обложка и титула работы
художника *А. А. Ушина*

Таблицы исполнены:
Г. А. Гудковым,
А. Ф. Морозовой,
Б. А. Старицыным.

Редактор инж. И. М. Шапиро. Техн. редактор С. И. Брусиловская.

Издательский № 927. Тираж 6000. Сдано в набор 20/X-34 г. Подписано в печ. 7/IV-35 г. Формат бумаги 62 × 94. Авторск. лист. 19. Бум. лист. 9¼ + 15 вклеек. Печ. зн. в бум. листе 105.000. Заказ № 1352. Ленгорлит № 726.
Выход в свет апрель 1935 г.

3-я тип. ОНТИ им. Бухарина. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.

ОТ РЕДАКЦИИ

Предлагаемая вниманию читателя книга проф. Г. Д. Гримм является результатом 40-летнего изучения автором вопросов архитектуры и, в частности, проблемы пропорциональности в архитектуре.

В вопросе о пропорциональности Г. Д. Гримм придерживался вначале точки зрения „музыкальной гармонии“ или классической схемы пропорциональности. Позднее, под влиянием взглядов эстетиков XIX века, в особенности Цейзинга, Г. Д. Гримм становится на точку зрения так называемого общего закона пропорциональности, математически формулируемого как принцип „золотого сечения“. На этой точке зрения Г. Д. Гримм стоит и сейчас в предлагаемой книге.

Богатая эрудиция и огромный материал, полученный автором в результате работы над сотнями архитектурных памятников различных стилей, делают книгу Г. Д. Гримма интересной для советского архитектора. Принципу „золотого сечения“ в архитектуре в книге дается солидное позитивное обоснование путем приведения математической трактовки зависимости элементов архитектурного сооружения.

Однако, необходимо отметить, что проблема пропорциональности и принцип „золотого сечения“ в архитектуре в книге трактуются несколько отвлеченно. Момент пропорциональности освещается оторванно от общей композиции и стиля архитектурного сооружения. Недостаточно отчетливо вскрываются характер и специфика пропорциональности различных архитектурных стилей в их историческом аспекте, что сделало бы понятными отклонения или несовпадения принципа „золотого сечения“ с фактами и, вероятно, привело бы к формулированию исторической точки зрения на пропорциональность, выявляющей своеобразие принципов пропорциональности конкретных исторических стилей. Несмотря на это, самая попытка общей формулировки принципа „золотого сечения“ как основы пропорциональности архитектурных стилей, проверенная на материале античной и европейской архитектуры, заслуживает внимания, чтобы быть опубликованной, тем более, что в книге дается исторический очерк развития теории пропорциональности, а также развернутое математическое положение принципа „золотого сечения“.

ВВЕДЕНИЕ

Основой каждого вновь созидаемого сооружения, каждого архитектурного памятника является: с одной стороны — его наибольшая целесообразность, ясность и простота при оправданности архитектурных его форм, принятых в соответствии с материалом и его назначением, с конструкциями и прежде всего с его внутренним содержанием; с другой — определяющий ценность здания в художественном отношении, правильный учет художественно-композиционного момента и четкое решение проблем идеологического восприятия форм современности.

При этом, учитывая, что общекультурные, художественные и конструктивно-технические проблемы должны стоять в тесной связи с общественным развитием, в каждом новом сооружении требуется новый подход к разрешению указанных проблем, считаясь как с современным технико-экономическим уровнем, так и прежде всего с идейно-художественными требованиями определенных общественных классов и типов общественного строя.

Выполнение этих требований достигается архитектурной композицией, которая заключается в создании проекта сооружения, составленного путем сочетания их в одно архитектурное целое. При этом одним из основных моментов художественного оформления сооружения является достижение гармонии здания, которая слагается из ряда отдельных факторов—симметрии и асимметрии, ритме и контрасте, масштабности, соразмерности и равновесия, регулирующим звеном которых является пропорциональность.

Пропорциональность в архитектуре, это то соотношение, которое должно существовать между архитектурным целым и его частями, соотношение, обусловленное композицией сооружения, стилем его эпохи.

В беспредельной области творчества опорные точки необходимы: как музыка подчиняется законам колебания звука, так и архитектура должна подчиняться своим законам, и только соблюдение их в архитектурном произведении дает художественное целое.

Невыясненность этих законов затрудняет зодчего в отыскании правильного пути к достижению закономерных, приведенных в определенный порядок, необходимых для данного сооружения отношений, вследствие чего отклонения в сторону неминуемы.

Одним из настоятельных требований методологии архитектуры является раскрытие этих законов и введение их в обобщающую пропорциональную схему, оправданную на пропорциональности выдающихся исторических памятников прошлого и обусловливающую правильное соотношение частей сооружения между собой и с целым и, вместе с тем, допускающую свободную эволюцию архитектурной мысли, не замыкая ее в тесные рамки одного времени, одного стиля.

Искания художников и мыслителей с целью раскрытия законов пропорциональности в архитектуре идут с давних пор, с первых шагов сознательной работы художественной мысли. Однако выработанные в свое время как в изобразительных искусствах, так и в архитектуре схемы и теории пропорциональности не сохранились.

Единственное сочинение эпохи классики, дошедшее частично до нас, которое проливает некоторый свет в этом направлении, это—трактат об архитектуре Витрувия, римского зодчего времен императора Августа. В этом трактате дается некоторая формулировка пропорциональности, а главным образом перечисляется целый ряд нормирующих относительную величину отдельных частей сооружений римских ордеров; трактат этот представляет собой перечень данных, добытых опытом, без всякого их обобщения, оставаясь таким образом в границах стиля классики. И его нормы, фактически сложившиеся на основе учета конструктивных возможностей и требований своего времени, имеют значение только традиционное и, как таковые, в общую схему теории пропорциональности войти не могут. То же следует сказать о нормах зодчих — теоретиков времени итальянского Возрождения — Виньоле, Палладио и других, принявших традиционные нормы Витрувия как нечто постоянное.

На основе как разбора исторических памятников, так и разрозненных указаний о взглядах на пропорциональность прежних эпох архитектурной мысли, с половины XIX века идут определенные искания, направленные по пути внедрения обобщающей математической формулировки в отношения отдельных частей архитектурного целого. При этом одни исследователи идут по пути признания геометрических построений и подобия отдельных частей между собой основой пропорциональности в архитектуре, другие дают единую схему для архитектуры и музыкальной гармонии,

а третьи улавливают даже общие задачи для всякой пропорциональности во всех проявлениях видимого мира.

Первые из исследователей — Тирш, Дегио, Виолле ле-Дюк — в своих исканиях дают решения частного порядка, в иных случаях оправдывающих их построения, в других не отвечающих им, являющиеся частичным следствием одного общего закона, ими не выявленного. Теория Генчельмана, наиболее разработанная из схем, придерживающихся общности теории музыки и архитектуры, основанная на действительной согласованности отношений архитектурных частей памятников классики, памятников Греции и Рима с отношениями интервалов октавы, логического объяснения для признания общности этой схемы не дает.

Общность закона пропорциональности во всех проявлениях гармонии, закона золотого сечения выставляет Цейзинг, пытаясь доказать его значение для всего органического и неорганического мира.

Особое внимание Цейзинг уделяет развитию его теории в отношении пропорций человеческого тела, попутно освещая значение золотого сечения в других проявлениях последнего — в музыке, в растительном мире, в мире животных, в строении минералов, а также в архитектуре. Однако его несколько примитивный подход к пропорциональному разбору архитектурных памятников дает неубедительные результаты и является причиной непризнания его схемы.

Таким образом все выдвинутые до настоящего времени теории и схемы пропорциональности страдают существенными недочетами и не могут быть приняты для оценки правильности принятых отношений архитектурного целого. Правильно разрешенная схема пропорциональности прежде всего должна быть подчинена основной логике композиции сооружения, итти рука об руку с ней, приспособляясь к намеченному композицией пути, к ее формам и массам, внося лишь свои математические поправки, основанные на правильно примененной, общего характера, схеме пропорциональности.

Ввиду исключительного значения золотого сечения в смысле такого пропорционального деления, которое устанавливает постоянную связь между целым и его частями, и дает постоянное между ними соотношение, недостигаемое никаким другим делением, схема, основанная на нем, выдвигается как нормативная на первое место и принята нами в дальнейшем как при проверке основ пропорциональности исторических памятников, так и современных сооружений.

Проведенный на значительном ряде лучших архитектурных памятников прошлого пропорциональный разбор их полностью подтверждает значение золотого сечения, а также интуитивную согласованность пропорций этих памятников с соотношениями, получаемыми по схеме золотого сечения.

Считаясь с этим общим значением золотого сечения во всех проявлениях архитектурной мысли, теорию пропорциональности, основанную на делении целого на пропорциональные части, отвечающие членам геометрической прогрессии золотого сечения, следует признать основой архитектурной пропорциональности вообще.

При этом путем построений, отвечающих схеме деления по золотому сечению, получается ряд фигур и пропорциональных площадей, частично между собой подобных, т. е. как следствие достигается то подобие фигур, на которое Тирш, Дегио и Виолле ле-Дюк указывают как на основу пропорциональности.

Выясняющаяся вслед затем близкая, тесная связь золотого сечения с теорией музыки, с отношениями, отвечающими интервалам октавы, с отношениями, лежащими в основе канона Витрувия и его последователей — теоретиков итальянского Возрождения, дает полное основание пропорциональную схему геометрической прогрессии золотого сечения признать синтезом всех до настоящего времени известных и когда-либо практиковавшихся схем.

Наконец, применение гибкой, легко приспособляемой ко всякой правильно решенной на основе выполнения всех требований задания композиции, схемы проверки пропорциональности должно положить конец методологической беспомощности современных зодчих в установлении правильного решения в этом направлении, что особенно ценно в настоящее время, в эпоху намечающихся новых путей архитектурной мысли, основанных на использовании новых материалов, новых конструктивных возможностей, на новых задачах и проблемах идеологического восприятия форм, на новом социальном строе общества.

При этом архитектор-художник не должен останавливаться лишь на решениях частного порядка, на нахождении правильных соотношений одного определенного сооружения. Его задачи шире и должны итти по пути исканий общих норм, отвечающих нашей технике, нашей идеологии, нашей современности.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР РАЗВИТИЯ ИДЕИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

Взгляды Египта, древней Греции и Рима на пропорциональность. Витрувий о гармонии и пропорциональности в архитектуре. Схема пропорциональности зодчества средних веков. Возрождение классики и архитектурные ее нормы. Схемы пропорциональности в архитектуре теоретиков XIX и XX вв.

§ 1. Взгляды египтян и философов древней Греции на пропорциональность

„Большое достоинство,— пишет Виолле ле-Дюк в первом томе своего сочинения [1] „Рассуждения об архитектуре", — греческих зодчих состояло в том, что у них были выработаны законы пропорциональности в архитектуре и что греки им подчинялись, несчастье нашего времени составляет убеждение, что архитектурное произведение может быть создано, руководствуясь одним лишь воображением, одной лишь фантазией, подчиняясь единственно так называемому вкусу, одним словом так, как создается туалет красивой женщины".

И действительно ряд выдающихся мастеров художников, философов и ученых со времени Египта и Эллады, убежденных в серьезном значении пропорциональности в изобразительных искусствах и в архитектуре, стремились раскрыть те законы, которые лежат в основе гармоничности.

Поэтому, прежде чем начинать разбор пропорций выдающихся исторических памятников классики и других стилей, чтобы обосновать законы пропорциональности в архитектуре, обратимся к истории взглядов и теорий древних и современных авторов.

Каноны пропорциональности Египта. В области исканий пропорциональности древний Египет дает нам три канона постоянных отношений человеческой фигуры, установленных египтянами в разное время.

Первый из этих канонов, найденный в одной из гробниц около Мемфиса, относится ко времени правившей Египтом 4-й или 5-й династии, т. е. за 5000 лет до нашего времени. В нем человеческая фигура до лба разделена на 6 равных частей, каждая длиной в одну ступню ноги или в один фут.

Второй, дошедший до нас, канон времени 18-й династии — периода расцвета египетской культуры — делит человеческую фигуру до лба на $3 \times 6 = 18$ частей, путем деления каждого фута на 3 дополнительные части.

В третьем — Птоломеевском каноне, найденном ученой комиссией Наполеона 1-го, человеческая фигура до лба составляет уже 7 футов, с делением каждого из них на три части (рис. 1). Таким образом вся высота человеческой фигуры по этому канону делится на 21 часть.

Диодор пишет, что по египетскому канону пропорции человеческой фигуры устанавливались художниками его времени путем деления всей ее высоты на $21^1/_4$ части, что вполне отвечает Птоломеевскому канону, принимая $^1/_4$ на высоту черепа и оставляя 21 часть на высоту фигуры до лба включительно.

Карус также высказывает предположение, что канон Поликлета отвечал Птоломеевскому канону.

Здесь следует отметить, что число 21 дает возможность наиболее близкого деления его целыми числами по золотому сечению, где большая часть будет 13; а меньшая 8; при весьма незначительной погрешности — 21, деленное по золотому сечению, дает 12,978 и 8,022.

Все эти принятые в древнем Египте каноны за исключением, может быть, последнего, никакой системой пропорциональности непосредственно не обусловлены и указывают лишь на примитивное желание ввести в изображение человеческой фигуры, вместо произвольных размеров, определенные нормы, ввести модуль, взятый с натуры.

В дальнейшем будет указано, какую связь эти каноны и чтимый египтянами прямоугольный

[1] Viollet le-Duc, Entretiens sur l'architecture, t. 1, 9-ème entretien.

треугольник, со сторонами 3, 4 и 5, имеют с основными законами пропорциональности классики.

Особое значение египтяне придавали прямоугольному треугольнику со сторонами 3 и 4 и гипотенузой 5, помощью которого могут быть построены интервалы всех целых тонов октавы. Плутарх в трактате об Изиде и Озирисе (глава 56) отмечает, что египтяне представляли вселенную в виде такого прямоугольного треугольника, приравнивая вертикальный катет 3 мужскому роду, основание 4 — женскому, а гипотенузу — ими сотворенному: вертикаль — Озирису, основание — Изиде, гипотенузу — Горусу.

Намеки на существование канона пропорциональных членений человеческой фигуры мы встречаем и на Востоке в известном фризе, найденном в 1886 г. в Сузах, изображающем личную охрану царя Дария, а также в изображениях крылатых грифов, найденных там же, и на других прекрасных изразчатых рельефах древней Персии, но все это не дает достаточного материала для изучения вопроса о взглядах на пропорциональность Египта и древней Мессопотамии.

Взгляды Пифагора, Платона и Аристотеля. Что в древней Греции занимались вопросом пропорциональности, видно хотя бы из того отражения, которое эти вопросы получили в древней философии и математике, и прежде всего у Пифагора. Из философов Греции Пифагор, может быть впервые, старается математически разобрать существо гармонических отношений.

Пифагор знал, что интервалы октавы могут быть выражены числами, которые отвечают соответственным колебаниям струны, и эти числовые отношения Пифагор считает гармоничными.

Пифагору же приписывают знание арифметической, геометрической и гармонической пропорции, а также закона золотого сечения. Последнему Пифагор придавал особое, выдающееся значение, сделав пентаграмму или звездчатый пятиугольник, вписываемый в круг при помощи золотого сечения, отличительным значком своей школы, знаменитой в древности школы пифагорейцев. Сторона правильного вписанного десятиугольника равна большей части радиуса круга, деленного в среднем и крайнем отношении: отсюда — построение правильного вписанного пятиугольника и звездчатого пятиугольника.

В общем все учение Пифагора носит метафизический характер; законы математики считаются вечными и незыблемыми, независимыми от места и времени, обладающими мистическими значениями.

Аполлону, особо чтимому пифагорейцами, в древности был посвящен семиугольник, вписанный в круг, а также число семь, которое впоследствии было заменено, как пишет Плутарх в трактате об *Н* в Дельфах (т. е. о надписи над храмом Аполлона, построенном в 530 г.), числом пять, в то время как семь в 56-угольнике отнесено Тифону — злому духу.

Почет, оказываемый пятиугольнику, явился результатом установленной связи правильного пятиугольника с золотым сечением, в то время как отказ от семиугольника — следствие установленной в то же время неточности принятого ранее построения стороны семиугольника, как полуоснования вписанного в круг правильного треугольника (М. Кантор).

Платон, заимствуя пифагорейское учение о гармонии признает в диалогах пифагорейца Тимеоса с Сократом совершенно отвлеченную „идеальную" красоту за правильными геометрическими телами.

Им также часто подчеркивается значение пропорций и особенно средней пропорциональной, служащей связующим звеном двух разнородных величин.

„Две части или две величины не могут быть удовлетворительно связаны между собой без посредства третьей; наиболее же красивым связующим звеном является то, которое совместно с двумя первоначальными величинами дает наиболее совершенное единое целое. Достигается это наилучшим образом пропорцией (аналогией), в которой из трех чисел, плоскостей или тел, среднее так относится ко второму, как первое к среднему, а также второе к среднему как среднее к первому. Из этого следует, что среднее может заменить первое и второе, первое же и второе — среднее и все вместе таким образом составляют неразрывное единое целое".

Вполне ясно, что этим условиям отвечает всякая геометрическая или арифметическая пропорция, в которой:

$$a:b=b:c,$$
$$a-b=b-c.$$

Аристотель основными требованиями красоты выдвигает порядок, симметрию (т. е. пропорциональность) и ограниченность в размерах. Порядок требует определенные, не случайные соотношения размеров отдельных частей между собой и к целому.

В музыке Аристотель признает октаву наиболее красивым консонансом в виду того, что число колебаний между основным тоном и октавой выражается первыми малыми числами 1 : 2.

В поэзии, по его мнению, ритмические отношения стиха, основанные на малых численных соотношениях, этим самым дают красивое впечатление.

Кроме простоты, основанной на соизмеримости отдельных частей целого, Аристотель, как и Платон, признает высшую красоту правильных фигур и значение пропорции, устанавливающей правильное отношение между тремя и четырьмя величинами.

Внесенное им кроме того требование ограниченности размера красивого тела Аристотель объясняет примером, указывая, что как слишком маленькое животное, так и громадное, например в 10 000 стадий длиной, не может быть красивым, так как и в том и в другом случае глаз не в состоянии передать полного впечатления мозгу и не схватывает его меры.

Все вышеприведенные суждения, как бы они ни были по существу элементарны, представляют несомненный интерес и имеют определенное значение тем, что они приоткрывают завесу с вероятных, но не дошедших до нас подходов греческих зодчих к вопросам пропорциональности, сводившихся, по-

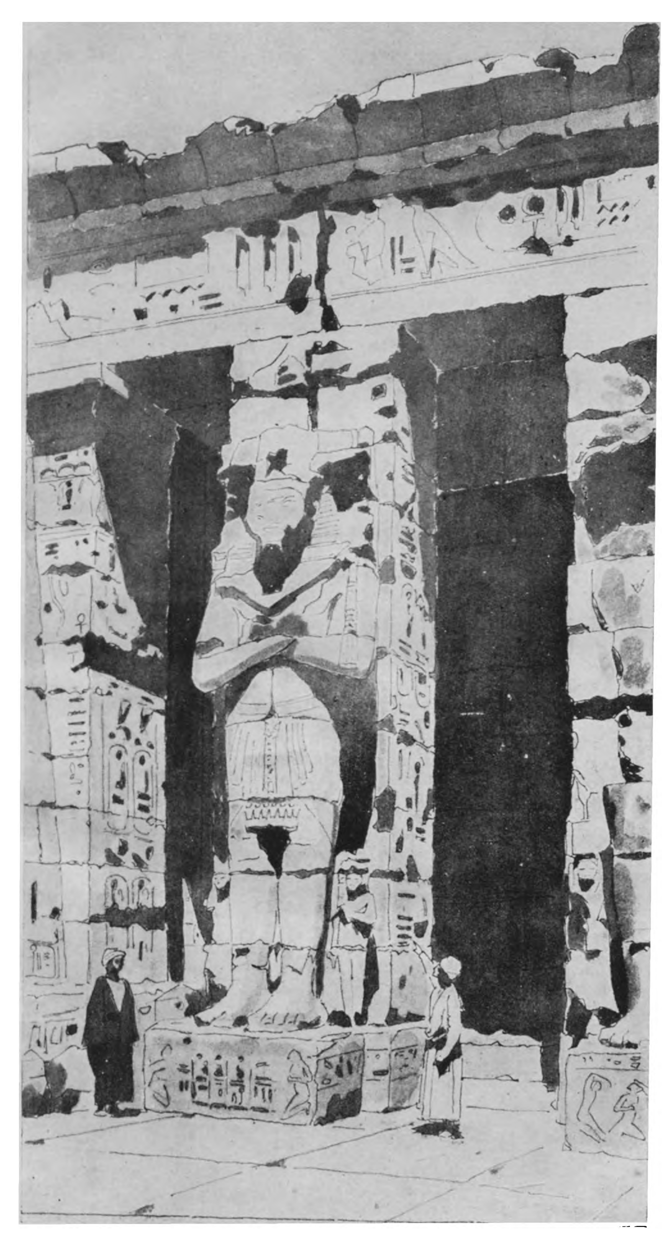


Рис. 1. Статуя фараона в храме, возведенном на левом берегу Нила, в древних Фивах с разбивкой камней по Птоломеевскому канону.

видимому, к попыткам установить математические нормы посредством ли численных отношений интервалов октавы или отношений, полученных среднеарифметическим и среднегеометрическим делением, золотым сечением, гармоническими пропорциями или правильными геометрическими фигурами.

Зодчие и скульпторы древней Греции о пропорциональности. Не только философы древней Греции, но и многие греческие художники уделяли, по свидетельству **Витрувия** (Витрувий, книга 6, отдел 8, 9—10), значительное внимание достижению пропорциональности. Витрувий уверяет, что в своей книге он воспользовался трудами по дорическому стилю — Силена, Теодора и Иктина, по ионическому ордеру — Пития, и вообще перечисляет труды: Силена — о пропорциях дорического ордера, Филона — о пропорциях храмов, Аргелиоса — о пропорциях коринфского ордера, а также упоминает ряд других, согласно его указанию, менее известных зодчих, но также писавших о пропорциях в архитектуре (Витрувий, книга 7, предисловие, § 12—14).

К сожалению, ни одна из этих статей, могущих осветить постановку в Греции вопроса о пропорциональности в архитектуре, до нас не дошла.

Что касается скульптуры, то и здесь искания пропорциональности человеческого тела несомненны.

Еще Диодор упоминает о двух скульпторах с острова Самос — о Телекле и Теодоре, — которые якобы впервые перенесли выработанные в Египте пропорциональные нормы человеческого тела в Грецию.

Плиний свидетельствует, что скульптор Поликлет написал статью о правильных пропорциях человеческого тела и вылепил по ним сохранившуюся в копиях знаменитую статую Дорифора, которая долгое время и после него служила каноном. После же Поликлета Лизипп, современник Александра Македонского, создал новый канон, отличный от канона Поликлета, который современники Лизиппа признали высшей нормой красоты человеческого тела и ставили выше канона Поликлета.

Являлись ли эти каноны, подобно египетским канонам, лишь численными указаниями относительных размеров отдельных частей тела или они были получены последовательным применением какого-то общего закона, нам неизвестно. Не дошли до нас и приемы пропорциональных построений, применявшиеся греческими зодчими, изложенные по свидетельству Витрувия в перечисленных выше, а может быть и других трудах греческих зодчих.

§ 2. Витрувий о гармонии и пропорциональности в архитектуре

Единственное классическое сочинение времени римского владычества, посвященное специально архитектуре и дошедшее до нас, которое проливает некоторый свет в этом направлении, это известный трактат об архитектуре римского архитектора Витрувия,[1] жившего в эпоху Октавиана Августа, которому и был посвящен этот трактат.

Из десяти томов этого сочинения сохранились лишь семь первых и часть девятого тома, причем чертежи, на которые ссылается Витрувий, к сожалению, до нас не дошли.

Взгляды Витрувия на пропорциональность. В первой главе третьей книги Витрувий, до разбора архитектурных форм и перечисления их относительных размеров, старается изложить и по-своему осветить то, что он понимает под пропорцией в архитектуре:

„Эвритмия, — пишет Витрувий, — это приятное глазу расположение целого, которое получается при правильном соотношении ширины, высоты и длины отдельных его частей при соблюдении общих симметрических отношений".

„Симметрия — это соотношение отдельных частей здания между собой и соответствующее соотношение их к целому, определенное в составных малых частях принятой основной единицы. Подобно тому, как в человеческой фигуре длина руки, ступни, кисти руки и пальцы служат для установления в ней симметричных отношений, так и для такой же цели служат в храмах толщина их колонн или ширина триглифа и эмбата; в кораблях расстояние между уключинами и вообще во всяком законченном целом какая-нибудь составная его часть".

„Ввиду этого композиция храма требует применения симметрических отношений, законы которых должны быть полностью усвоены строителями их. Законы эти основаны на правильном соотношении, на пропорции, которую греки называют аналогия. Таким образом пропорция — это сочетание отдельных частей между собой и к целому, которое устанавливается законом симметрии".

„Постройка же храма без симметрии и без соблюдения пропорции не может быть оправдана, и в храме, как и в каждом правильно и нормально построенном человеческом теле, должен быть соблюден точно установленный закон правильной соразмерности его составных частей".

„Природа создала человека, соблюдая постоянные отношения отдельных частей его к целому, так: а) лицо, считая от подбородка до лба включительно, составляет $^1/_{10}$ часть всей высоты человека; б) столько же составляет длина кисти руки; в) часть тела, считая от груди до начала волос, равна $^1/_6$ общей высоты фигуры человека; г) высота всей головы от подбородка — $^1/_8$ всей высоты человека; д) лицо состоит из трех равных частей: первая от подбородка до начала носа, вторая длина носа до средней линии бровей третья — от линии бровей до начала корней волос; е) ступня ноги по длине составляет $^1/_6$ всей высоты человека; ж) длина руки от локтя, а также ширина груди между плечами составляет $^1/_4$ общей высоты человека.

Вообще все части тела находятся в определенном численном отношении к общей его высоте.

Таким же образом и отдельные архитектурные

---

[1] Marci Vitruvii Pollionis de architectura libri decem ad Augustum Caesarem.

Витрувий (Марк Поллион). Об архитектуре. Перевод с Перро Василия Баженова. Спб. 1790—1797.

Des Vitruvius zehn Bücher über Architecture. Franz Reber. Stuttgart 1865, A.

части храма должны находиться в постоянном соразмерном отношении к целому.

Центром человеческого тела является пупок, и из него как из центра может быть очерчена окружность, которой коснутся пальцы распростертых рук и ног. Кроме того фигура человека может быть также вписана в квадрат, причем общая ее высота равна ее ширине, считая таковую с распростертыми руками".

„Если таким образом даже природа создает человека, придерживаясь постоянных отношений отдельных его частей между собой, то и древние зодчие правы, установив определенные отношения отдельных частей здания к целому.

При этом основными мерами для определения относительных величин отдельных частей зданий установлены размеры человеческого тела: дюйм — толщина пальца, пальма — кисть руки, фут — длина ступни ноги и локоть".

Нормы и каноны ордеров и портиков Витрувия. После этих общих суждений об отношениях и пропорциях в архитектуре Витрувий в третьей и четвертой книге дает более или менее подробные объяснения и численные отношения частей дорического, ионического и коринфского ордеров.

Перечисляя однако целый ряд правил, нормирующих относительную величину отдельных частей ордера, Витрувий не приводит никаких указаний на общий закон, который обусловливал бы приведенные им отношения, не дает для них математического обобщения, оставаясь таким образом в границах определенного стиля.

Нормы Витрувия, добытые опытным путем из основных заданий его времени, из конструктивных и прочих возможностей современной ему архитектуры, общего значения в области пропорциональности иметь не могут, сохраняя однако свое историческое значение, как суждение о связи пропорций с материальными условиями образования сооружения, с материалом, с конструкциями и с общественными требованиями императорского Рима.

Нормы Витрувия при возрождении классической архитектуры в Италии в XV и XVI вв. нашли значительное применение и сыграли огромную роль. Приведем несколько примеров, иллюстрирующих нормы Витрувия и характеризующих его подход к установлению их для храмов, ордеров и колоннад.

Вот что он пишет:

3 книга, 3 глава

§ 1—6. „Храмы, считаясь с расстояниями колонн между ними, бывают следующих пяти типов.

Пикностиль имеет междуколонния, равные 1,5 нижним диаметрам колонн.

В систиле междуколонния равны 2 нижним диаметрам.

Как тот, так и другой виды храмов по расстановке колонн следует признать ошибочными. В них женщины, подымаясь по ступеням в торжественном шествии к молитве, не могут пройти между колоннами, держась за руки, а должны пройти в одиночку; кроме того, близкостоящие колонны закрывают дверь и затемняют статуи богов сужая притом еще и обходы вокруг целлы.

Расстояние между колоннами *диастиля* равно трем нижним диаметрам колонн (храм Аполлона и Дианы). Это расположение неконструктивно, так как архитравы ввиду большого пролета трескаются.

В ареостилях, где колонны расставлены еще шире, приходится каменные архитравы заменить деревянными балками; вид этих храмов приплюснутый и прижатый (храм Цереры у цирка и храм Капитолийский).

Лучшее расположение колонн как по виду, так и по устойчивости, дает *эвстиль*, в котором расстояние между колоннами равно 2,25 диаметра колонн. При этом расстоянии между колоннами храм красив, имеет свободный доступ между колоннами и хороший обход вокруг целлы.

§ 7. Общие пропорции *эвстиля* следующие:

1. Ширина фасада, не принимая в расчет свеса карниза, выступа цоколя и выноса базы:

при четырехколонном храме делится на 11,5 частей,
при шестиколонном храме „ на 18 частей,
при восьмиколонном храме „ на 24,5 части.

2. Одна из этих частей в каждом случае представляет собой основной размер — модуль храма, а вместе с тем и нижний диаметр колонн.

3. Междуколонния их составляют 2,25 таких модулей, кроме средних главных двух портиков равных 3 модулям.

4. Высота колонн равна $9^{1}/_{2}$ модулям.

При соблюдении указанных высот и междуколонний получаются правильные отношения храма.

§ 10. В ареостиле высота колонн равна 8 диаметрам колонн,

в диастиле высота колонн равна 8,5 диаметра колонн,

в систиле и эвстиле высота колонн равна 9,5 диаметра колонн,

в пикностиле высота колонн равна 10 диаметрам колонн.

Таким образом толщина колонн находится в прямой зависимости от их междуколонний.

§ 11. В самом деле, с увеличением расстояния между колоннами должна быть увеличена их толщина: так, в ареостиле, взяв девятую или десятую часть высоты колонн для их толщины, таковые ввиду большого расстояния между ними покажутся слабыми и тонкими, и обратно, если колоннам пикностиля придать $^{1}/_{8}$ толщины их высоты, то от близкого между ними расстояния получается тяжелое и некрасивое впечатление. Поэтому в каждом случае и следует придерживаться подходящих отношений.

Угловым же колоннам следует придать толщину на $^{1}/_{50}$ их диаметра больше остальных, так как они, рисуясь со всех сторон на открытом небе, кажутся тоньше других. Таким путем оптический обман глаза регулируется расчетом.

Глава V. § 8. „Высоты *эпистиля* (архитрава) следующие:

при колоннах от	12—15 фут	он равен	$^{1}/_{2}$ диаметра
„ „ „	15—20 „	„ „	$^{1}/_{13}$ высоты колонн
„	20—25 „	„	$^{1}/_{12,5}$ высоты колонн
„	25—30 „	„	$^{1}/_{12}$ высоты колонн

и т. д., считаясь с тем же относительным утолщением эпистиля при увеличении высоты колонн.

§ 9. Вообще, чем выше направляется луч глаза, тем ему труднее проникнуть через уплотняющиеся слои воздуха и, расплываясь в высоте и теряя свои силы, он не передает полностью весь размер, поэтому и следует несколько усилить симметрические размеры архитектурных частей как высоко расположенных, так и в громадных по размерам зданиях".

Перечислив в 3, 4 и 5 книге подробно правильные, по его мнению, размеры архитектурных частей всех ордеров храмов и колоннад, придавая каждой части нормированный размер, Витрувий говорит:

6 книга, 2 глава

§ 1. „Прежде всего зодчий должен дать отдельным частям здания надлежащие им размеры, а затем уже модифицировать эти расчетные данные, сообразуясь с расположением здания, где увеличивая, где уменьшая их с тем, чтобы правильность впечатления этими изменениями не была нарушена.

§ 2. Иное впечатление получается, глядя снизу на предмет, иное сверху, иное внутри помещения, иное на открытом месте. Глаз не всегда дает верное отражение видимого, вводя разум в заблуждение; так например, в сценовых декорациях выступы, нарисованные на плоской поверхности, кажутся в самом деле выступающими или весла кораблей кажутся надломленными в плоскости воды, хотя они и прямые и только отражение их дает искривленное впечатление.

§ 3. Из этого следует, что, если правильное при известных условиях кажется неправильным, и, обратно, неверное правильным, то и не подлежит сомнению, что в связи с расположением здания и с рядом других условий, предварительно установленные относительные размеры здания должны быть где несколько уменьшены, где увеличены, считаясь при этом с получаемым в конечном итоге впечатлением".

Хотя эти и приведенные выше объяснения Витрувия о причинах необходимости известных уклонений от установленных им норм и не лишены интереса, но тем не менее постоянные численные отношения отдельных архитектурных частей, которые Витрувий дает для ордеров и портиков, для круглых храмов, для театральных колоннад, для ряда общественных зданий и даже для наличников дверей, имеют характер чисто канонический, нормативный. Эти соотношения, замкнутые в пределах стилей классики и не обобщенные в математическую схему, общего значения, разумеется, вне этих стилей иметь не могут.

§ 3. Схема пропорциональности готики

После Витрувия проходит более тысячелетия без каких-нибудь дошедших до нас письменных памятников, свидетельствующих об установлении в это время определенного взгляда на формальную сторону в искусстве, на гармонию в зодчестве, на пропорциональность в архитектуре, что, однако, не значит, что никаких исканий в этом направлении не было.

Эпоха готического зодчества без всякого сомнения пользовалась определенной, выработанной ею системой пропорциональности, которая при этом являлась франкмассонской тайной.

Насколько ревностно эта тайна оберегалась, видно хотя бы из старого предания, приведенного М. Куглер в его истории искусства, по которому в 1099 г. епископ утрехтский был убит архитектором за то, что он от сына этого последнего хитростью сумел выведать таинственный франкмассонский секрет приемов пропорциональных построений, применяемых при создании церковных сооружений (так наз. arcanum magisterium).

Другое сохранившееся предание гласит об использовании зодчими мистического треугольника In — Von — Zu, получаемого на карте соединением прямыми линиями трех городов Кельн (In), Вены (Von) и Цюриха (Zu), в которых находились значительнейшие школы готического зодчества в Германии.

Треугольник, получаемый вышеупомянутым путем на карте, близок, а при несовершенных картах того времени может быть и подобен прямоугольному треугольнику с высотой a (Кельн—Цюрих), основанием, равным диагонали квадрата со стороной a (Цюрих—Вена) и гипотенузой—диагональю куба, т. е. треугольника со сторонами a, $a\sqrt{2}$ и $a\sqrt{3}$.[1]

Сохранились и несколько более или менее достоверных непосредственных указаний на способы, к которым зодчие готики прибегали при установлении пропорциональности.

Виллар де-Оннекур (Villard de-Honnecourt), мастер из Пикардии XIII столетия, составил известный, частью дошедший до нас, альбом фигур человека в разных позах и возрастах, а также рисунки лошади, коровы и других животных, очертания которых он вчерчивает в треугольники — равносторонний, египетский и др.

Матвей Рорицер, мастер — строитель собора в Регенсбурге, издал в 1486 г. статью „О конструкции фиал". В ней он упоминает о необходимости придания частям фиал правильных пропорций при помощи геометрии, пользуясь построениями, исходящими от квадрата, добавляя, что он это утверждает не только от себя, а что тем же способом пользовались мастера из Праги, т. е. те мастера, которые совместно с мастером Ив. Гильц, достраивали около 1439 г. Страсбургский собор.

Вальтер Ривиус в изданном им в Нюрнберге в 1548 г. переводе Витрувия между прочим замечает, что треугольник и квадрат при правильной симметрии составляют основу немецкой пропорциональности.

Сохранившаяся статья[2] английских франкмассонов XV столетия поучает, что тайну их братства составляют: „наука о природе, понятие о силах, в ней находящихся, и об их проявлениях, в особенности же наука о числах, мерах и весах,"

---

[1] Henszlmann, Théorie des proportions dans l'architecture, Paris, 1860, стр. 4.

[2] Краузе, Три старейших грамоты франкмассонов об искусстве. Дрезден 1820 г. В древне-английском тексте с немецким переводом.

подчеркивая при этом необходимость обязательного применения этих знаний при возведении зданий всякого рода.

На основании собранных им разрозненных указаний и отчасти устных преданий Ф. Гофштадт[1] устанавливает в готике первенствующее значение церковной символики, которая вкладывалась зодчими эпохи готики в основные геометрические фигуры, применявшиеся ими при проектировании церковных сооружений.

Так Гофштадт приводит следующие, принятые по его обследованию, символические значения основных геометрических правильных фигур, наиболее часто повторяющихся.

Символика готики. Круг — символ вселенной и божественной силы.

Равносторонний треугольник — символ троицы. Пифагорейцам этот треугольник служил символом мудрости и был посвящен богине мудрости Афине.

Квадрат — символ мира и природы, причем четыре стороны квадрата: 4 элемента, 4 страны света, 4 времени года и 4 времени дня.

Пентальфа — или пентаграмма — звездчатый правильный пятиугольник — символ счастья, в древности — символ здоровья.

Семиугольник считался значительным в связи с мистической святостью, которая с издавна придавалась числу семь: 7 планет, 7 ангелов божьих, 7 дней сотворения мира, 7 таинств, еврейский семисвечник и т. д.

Систематическое применение в плановых и фасадных решениях сооружаемых соборов тех или других основных фигур обусловлено, по мнению Гофштадта, этим символизмом; им же подтверждается исконное направление алтарей на восток, придание общему плану церквей формы креста, а для алтарей производных форм от квадрата и правильного треугольника — символов троицы, мира и природы.

Значение символизма в церковном зодчестве готической архитектуры развито, между прочим, в рецензии Герра на историю и описания соборов Кельна — С. Боассере.

Дегио[2] указывает на старейший по времени освещающий данный вопрос документ, открытый в 1895 г., подлинность которого в настоящее время общепризнана. В этом документе,[3] помеченном 1391 г., описывается, как во время постройки Миланского собора возникли разногласия по вопросу о внутренних его высотах между местными итальянскими и, призванными извне, германскими зодчими.

Для решения этого спора суперарбитром был приглашен некто Габриэль Сторналоко из Пиаченцы, знаток геометрии.[4]

Этим последним и составлен приложенный к документу чертеж разреза собора с показанием триангуляции его при помощи ряда равносторонних треугольников (таблица I, фигура 1).

Вся высота до шелыги свода среднего нефа составляет высоту равностороннего треугольника, основанием которого служит ширина всего собора во внутренних его стенах. Далее путем построения промежуточных равносторонних треугольников установлены высоты и ширина боковых нефов.

Подобную же триангуляцию приводит и Чесаре-Чесарини, первый переводчик Витрувия на итальянский язык (Комо 1521 г.), который разъясняет понятие „orthographia“ на примере плана и разреза того же Миланского собора (рис. 2), указывая при этом, что принятая здесь триангуляция сделана по немецкому, т. е. готическому приему.

Дегио приводит также в высшей степени интересную гравюру 1592 г., изображающую разрез собора св. Петрония в Болонье (рис. 3, стр. 48) со вчерченной в него триангуляцией, определяющей высоту собора с отступлением от этой высоты при исполнении в натуре.

Однако и приведенные здесь документы, указывающие на несомненное применение известной схемы пропорциональности, а также и на применение „триангуляции“ при помощи равностороннего треугольника для определения правильных размеров архитектурного целого, все же не дают сколько-нибудь полного материала для выяснения схемы готической пропорциональности в целом, в которую несомненно, кроме использования равностороннего треугольника, входили еще и построения при помощи равнобедренного прямоугольного треугольника и другие правильные геометрические фигуры, в связи с вложенными в эти построения мистическими символами.

Во всяком случае приходится признаться, что тайну своей пропорциональности, тайну тех построений, которыми зодчие готики пользовались для достижения тех общепризнанных пропорций, которыми так ценны стройно стремящиеся ввысь, гармонично уравновешенные архитектурные массы их величественных соборов, готика сохранила свято. И здесь, как и в классике, в памятниках Эллады и Рима, только целеустремленный разбор сохранившихся памятников может дать исчерпывающий ответ по существу пропорциональной их схемы.

Так же, как в готике и в классике, нам неизвестны приемы пропорциональных построений романского и византийского стилей, предшествующих готике. Неизвестны также схемы арабских зодчих, которые, как и зодчие готики, широко пользовались геометрическими построениями в орнаментах, а по всей вероятности и в установлении пропорциональности архитектурных частей своих памятников.

§ 4. Возрождение классики и ее архитектурные нормы

Издания и комментарии Витрувия итальянских зодчих времен Возрождения. Впервые в современной Европе открытое обсуждение вопроса о пропорциях вообще, о пропорциях человеческого

---

[1] Fr. Hoffstadt, Gothisches A. B. C. Buch, Frankfurt 1840 — Гофштадт, Готическая азбука.

[2] Dehio, Ein Proportions gesetz der antiken Baukunst. Strassburg 1895, стр. 23.

Дегио, Один из законов пропорциональности античного зодчества.

[3] Luca Beltrami, La Certosa di Pavia, 1895 г.

Лука Бельтрами (Чертоза в Павии) приводит чертеж в факсимиле, стр. 42.

[4] Gabriele Stornaloco expertus in arte geometriae.



Рис. 2. Собор в Милане.

тела и о пропорциях в архитектуре было проведено в Италии во время блестящего периода возрождения классического мира.

После того как в 1414 г. Поджио Браччиолини, папский секретарь на Констанцском соборе, в монастыре Сан-Галлен случайно открыл экземпляр Витрувия, книга эта сделалась основой всестороннего изучения римско-классических архитектурных форм и пропорций, настольной книгой целого ряда выдающихся зодчих времени итальянского кватро и чинквеченто.

Витрувий приобрел громадное значение для всего времени Возрождения. Он считался неоспоримым авторитетом. Ценные его указания о целесообразности, прочности и красоте сооружений и о необходимости считаться со свойствами и размером материалов, равно как и его несколько расплывчатые рассуждения о симметрии и эвритмии, были приняты зодчими возрождения как неопровержимые истины.

Практические указания по строительным материалам, изложенные Витрувием во второй книге, должны были особенно цениться в Италии, где условия их добывания и употребления мало изменились со времени древнего Рима. Ценными в историческом отношении оказались и его указания о зданиях специального назначения и о частных жилищах древнего Рима. Нормы же римских ордеров в освещении Витрувия были приняты беспрекословно и считались большинством зодчих более неоспоримыми, чем сохранившиеся памятники старины.

Вероятно уже Бруннелески знал Витрувия. Альберти во всяком случае изучал его нормы и сличал их с развалинами Рима.

Франческо ди-Джорджио в 1464 г. имел в Венеции совещания с учеными того времени для разъяснения неясных страниц Витрувия.

Геймюллер[1] приводит два чертежа с геометрическими пропорционального значения построениями церковных разрезов, один — Франческо ди-Джорджио, другой — Филибер де-Лорм. Однако ни тот, ни другой особого интереса не представляют. У первого из них построения совершенно случайны, у второго чувствуется желание подойти к известной пропорциональной схеме, без, однако, достаточных логических и рациональных оснований.

Фра Джиакондо издал Витрувия на латинском языке.

Рафаэль в 1514 г. поручил Марко Фабио Калько из Равенны перевести Витрувия на итальянский язык и снабдил перевод собственноручными пометками. Этот перевод хранится в библиотеке в Мюнхене.

Чесаре-Чесарини впервые издал в 1521 г. Витрувия с коментариями.

Бальдассаре Перучи в 1536 г., а затем Баттиста Гоббо да Сан-Галло издали Витрувия. И наконец в 1567 г. вышло знаменитое издание Витрувия, снабженное рисунками Палладио и объяснительным текстом патриарха аквилейского Даниэля Барбаро.

[1] Geymüller, Handbuch der Architectur, Theil II, Band 6, Heft 1, стр. 45.

Вслед затем, пользуясь теми указаниями, которые дал в этом направлении Витрувий, и в связи с ними, собственными измерениями сохранившихся памятников и фрагментов древнего Рима ряд зодчих итальянского возрождения пытался установить нормальные, канонические отношения римско-классических ордеров.

Из них первый по времени, самый выдающийся теоретик искусства раннего возрождения Леон Баттиста Альберти составил в 1452 г. книгу об архитектуре[1] Dere aedificaloria, изданную только в 1485 г. с приложением пяти ордеров архитектуры.

Но Альберти в „введении" к этой книге указывает на необходимость, кроме них, пользоваться для установления пропорций построениями, основанными на подобии углов и соответствии прямых (inter se conveniant totis angulis totisque lineis), откладывая определенные углы и прямые определенного направления и определенного отношения (adnotando et praefiniendo angulos et lineas certa directione et certa connexione), дающих подобные фигуры.

Описывая далее пример хорошей композиции (в т. VI, кн. 5), он говорит, что все приведено к определенным углам соответственными прямыми (omnia ad certos angulos paribus lineis adaequando).

Ордера Виньолы, Палладио и др. Свои каноны ордеров выработали и издали затем Себастьяно Серлио, Жакопо Бароццио да-Виньола, Андреа Палладио и Винченцо Скамоцци. Все они близки друг к другу, придерживаясь, насколько возможно, норм Витрувия, которые ввиду отсутствия чертежей толковались различно.

Из них главным образом каноны Виньолы получили наиболее широкое применение не только в Италии, но и во Франции и остальной Европе.

Этими канонами для всех архитектурных частей каждого из пяти принятых зодчими итальянского возрождения ордеров были установлены численные отношения, исходя от нижнего радиуса или диаметра колонны.

Так Виньола дает высоту колонны дорического ордера равной 8 D, ионического ордера 9 D, коринфского 10 D.

Антаблементы всех ордеров он принимает по высоте равными $1/4$ высоты колонн.

Верхний радиус $5/6$ нижнего.

Междуосие колоннад дорического ордера $7 1/2$ R, ионического $6 1/2$ R, а коринфского $6 2/3$ R.

Архитрав дорического ордера $1 1/2$ R, ионического $1 1/4$ R, коринфского $1 1/2$ R и т. д. Для каждой архитектурной части установлен точный размер, которого следовало держаться.

Не отрицая конечно того огромного значения, которое трактат Витрувия, как и последующие труды мастеров итальянского возрождения в области разработки норм ордеров имели для изучения и для правильного понимания форм римско-классической архитектуры, с одной стороны, и для нормативного развития стиля итальянского возрождения, с другой, необходимо все же признать, что к основному вопросу пропорциональ-

[1] Альберти, Строительное искусство.

ности, к вопросу о теоретической формулировке общих принципов, общих законов гармонии зодчие итальянского возрождения так же мало подошли, как и сам Витрувий.

§ 5. Каноны пропорциональности человеческого тела, установленные скульпторами и живописцами

По пути, намеченному Витрувием и в свое время считавшемуся откровением, пошли не только архитекторы, но и скульпторы и живописцы эпохи Возрождения как в Италии, так и других европейских странах, работавшие главным образом над выяснением постоянных нормальных отношений человеческого тела.

Начиная с Альберти, установлен целый ряд канонов, которыми отдельные части человеческого тела определялись или в численных отношениях или в численных величинах, без указания на общие законы, обусловливающие именно эти, признанные правильными, размеры, а не другие.

Рассмотрение этих канонов, появившихся в Италии, Испании, Франции, Англии, и Германии, не может войти в рамки нашего обсуждения, так как все эти каноны не что иное, как более или менее точно установленные размеры частей человеческого тела красивого, правильно сложенного мужчины, женщины или ребенка разных возрастов, определенные в численных отношениях к какой-нибудь исходной части тела, будь то ступня, руки, высота всей головы или одного лица и тому подобные части.

Наиболее известны и распространены нормы следующие:

Альбрехт Дюрер, Пропорциональность тела.[1]

Клод Одран, Пропорции человеческого тела.[2]

Кузен, Искусство рисовать.[3]

Несколько шире подошел к вопросу о пропорциональности человеческого тела Леонардо да-Винчи, который совместно с анатомом Марк Антонио делла-Торре работал над атласом анатомии, до нас не дошедшим. В этом трактате о живописи, кроме численного канона, имеются и указания общего характера, как например указание на то, что детальные части должны быть согласованы с целым; при малом росте и полном телосложении и все остальные части тела должны быть малы и толсты и наоборот. В рисунках Леонардо имеются два изображения, иллюстрирующих указания Витрувия: фигура человека с распростертыми руками, вписанная в квадрат и в круг.

Микель-Анджело Буонаротти также работал над установлением норм человеческой фигуры совместно с анатомом Реальдо Коломбо. В отношении архитектуры он говорит, что только тот кто знает анатомию человека в состоянии правильно понять внутреннее соответствие архитектурного целого, где каждая отдельная часть требует соответственного отношения к прилегающей части, и ни одна из них не должна быть создана без правильного соотношения с целым. С этим последним требованием согласовано указание Вазари, что план, составленный Рафаэлем для собора св. Петра, настолько пропорционален, что, исходя из одного основного размера, получены все остальные.

В трудах эстетиков XVIII века Хогарта и Винкельмана мы встречаем некоторое объяснение, вызвавших в свое время недоумение указаний, данных некогда Микель-Анджело ученику своему Марку Сиэнскому, что красивая человеческая фигура должна удовлетворять трем главным условиям, она должна быть построена пирамидально, змееподобно и отвечать числам 1, 2 и 3.

Хогарт[1] признавая, что красота обусловлена разнообразием, считает простые, строго правильные фигуры стоящими на более низкой ступени красоты, чем более сложные и фигуры, образованные кривыми.

Из этих же последних он считает пирамиду наиболее красивой, наиболее разнообразной, так как она в каждом горизонтальном своем разрезе дает другое сечение, из линий же он признает наиболее красивой волнообразную и змеевидную.

Винкельман, со своей стороны, останавливаясь на пропорциональности человеческой фигуры, говорит, что строение ее подчинено числу 3 как первому нечетному и вместе с тем пропорциональному числу, так как оно содержит первое четное число и единицу, которые оно и соединяет. Согласно учению пифагорейцев и Платона в этом числе и начало, и середина, и конец, и числом 3 определяется все. Очевидно, это навеянное Пифагором учение мистического значения чисел 1, 2 и 3 имел в виду и Микель-Анджело, указывая на значение их в строении человеческой фигуры.

§ 6. Искания на пути обоснования общих законов пропорциональности формы

Со второй половины XIX века в Европе идет определенное стремление перейти от простых численных норм и канонов к отысканию общих законов пропорциональности.

Впервые у англичанина Д. Гей[2] мы встречаем ясно выраженным такое общее положение, которое и составляет краеугольный камень, исходную точку всякой математической схемы пропорциональности, всяких когда-либо рационально установленных норм и канонов. Однако такого общего способа автор не нашел. Способ, предложенный Гей для установления пропорционально правильной и гармонично построенной человеческой фигуры, основанный на представлении музыкальных аккордов в виде углов и образующих их радиусов, получаемых при делении полуокружности на равные части, отвечающие малым чис-

[1] Albrecht Dürer, Vier Bücher von menschlicher Proportion, Nürnberg 1528.
[2] Claude Audran, Les proportions du corps humain, Paris 1683.
[3] Çousin, L'art de desseigner de maistre, Paris 1685.

[1] Hogarth, Analysis of beauty, 1753.
[2] D. R. Hay, The geometric beauty of the human figure defined a system of aesthetic proportion applicable to architecture, Edinburg 1851.

ленным величинам, входящим в отношения интервалов октавы, сложный и малоубедительный. Тем не менее высказанный им принцип представляет шаг вперед в смысле искания математического обобщения формулы пропорциональности.

Шмидт[1] считает, что пропорциональность тела следует искать в отношениях его скелета, причем пропорции устанавливаются им, исходя из точек опор и движения тела.

Карус[2] принимает модулем одну треть длины позвоночника, равную по его исследованиям длине позвоночного столба новорожденного, и исходя из этого основного размера, строит канон нормально сложенного человека, выводя отсюда отклонения для каждого пола и возраста.

Все эти новые искания пропорциональности человеческой фигуры натолкнули в половине прошлого века исседователей пропорциональности в архитектуре на новые пути, отличные от установленных норм и канонов ордеров зодчих итальянского Возрождения.

Необходимость установить схему проверки пропорциональности ощущалась тем более, чем определеннее сознавалась несостоятельность в этом направлении классического канона, который во всяком случае мог удовлетворять зодчих лишь в рамках римских ордеров и не давал ответа на ряд задач, диктуемых временем, лежащих вне этих ордеров.

Современные схемы пропорциональности архитектуры. Из различных, более или менее самостоятельных схем пропорциональности, установленных за это время, одни признают геометрические построения и подобие отдельных частей целого между собой основой пропорциональности в архитектуре, другие стараются найти общую схему для архитектурной и музыкальной гармонии, а третьи пытаются установить общие законы для всякой пропорциональности во всех проявлениях видимого мира.

Из первых следует указать на труды Гофштадта, Виолле ле-Дюк, Пеннеторн, Тирш, Дегио, Шульц, Рейнгардт, Корбюзье,[3] ко вторым, кроме Виолле ле-Дюк, относятся Генчельман, Свиежановский и Сабанеев.[4]

Общий закон пропорциональности, которому подчиняется все мироздание, впервые старается выявить Цейзинг.[1]

Схема пропорциональности готики по Гофштадту. Гофштадт, изучая исключительно готику, указывает на пользование зодчими этой эпохи чисто геометрических построений следующего порядка.

Принятая по той или другой причине зодчим для своего здания основная геометрическая простая правильная фигура является исходной как для общего плана, так и для основных и детальных плановых и фасадных частей здания, которые получаются путем постепенно повторенных подобных построений, благодаря чему основная фигура доминирует над всем зданием до мельчайших его деталей. Преобладающие геометрические фигуры, применяемые в готике по Гофштадту — квадрат, восьмиугольник, получающийся перекрещиванием двух квадратов, правильный равносторонний треугольник и, производимые из этого последнего, шести- и двенадцатиугольник. Кроме них Гофштадт указывает еще на применение правильного пятиугольника, семиугольника, девяти- и пятнадцатиугольника.

Указания Гофштадта, подтвержденные примерами геометрических построений для готического стиля весьма убедительны, но сама эта схема может иметь лишь историческое значение, связанное с определенным временем и стилем, и подобные нарочито внесенные в композицию элементы служить основой логически построенной общей теории пропорциональности не могут.

Самые видные современные пропорциональные схемы, основанные на геометрических построениях, это — схемы Виолле ле-Дюк и Тирша.

Мнение Виолле ле-Дюка о пропорциональности в архитектуре классики и средневековья. Виолле ле-Дюк категорически отрицает укоренившееся в его время мнение, что пропорции в архитектуре являются исключительно результатом чутья. Пропорции в архитектуре, по его убеждению, основаны на законах и геометрических принципах, согласованных с нашим органом зрения, с глазом, который, как и слух, не допускает диссонанса.

Пропорции в архитектуре находятся прежде всего в зависимости от законов равновесия, наиболее же полное впечатление равновесия из всех геометрических фигур дает треугольник, который уже египтяне считали самой совершенной фигурой.

Греки, а затем и зодчие готики приняли для установления пропорциональных отношений следующие треугольники

1) Равнобедренный, прямоугольный, с уклоном диагонали под углом в 45° (половина квадрата), со сторонами a, a и $a\sqrt{2}$.

2) Равносторонний треугольник со сторонами, равными a, при высоте, равной $\frac{a}{2}\sqrt{3}$.

3) Египетский, принятый в большой пирамиде в Гизе и в пирамиде Хуфу, с основанием, равным 4 и высотой 2,5.

---

[1] C. Schmidt, Proportions-Schlussel Stuttgart 1849.

[2] C. G. Carus, Symbolik der menschlichen Gestalt.

[3] Fr. Hoffstadt, Gothisches A-B-C Buch, Frankfurt 1840.

Viollet-le Duc, Entretiens sur l'architecture t. I, entretien 9 и его же, Dictionnaire raisonné t. VII, Paris 1863—1864.

S. Pennethorne, The geometrie and optics of ancient architecture, London 1878.

A. Thiersch, Die Proportionen in der Architectur (Handbuch der Architectur) IV Theil. 9 Halbband.

G. Dehio, Ein Proportionsgesetz der antiken Baukunst, Strassburg 1895.

W. Schultz, Die Harmonie in der Baukunst, Hannover 1891.

R. Reinhardt, Die Gesetzmässigkeit in der griechischen Baukunst. Stuttgardt 1903.

Le Corbusier. Vers une architecture, Paris 1924.

[4] E Henszlmann, Theorie des proportions appliqués dans l'architecure, Paris 1860.

I. Swiecianowski, La loi de l'harmonie dans l'art grec, Paris 1888.

Сабанеев Л. Этюды Шопена в освещении закона золотого севения, „Искусство". 1926—1927 гг.

[1] A. Zeising, Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers, Leipzig 1854.

4) Египетский треугольник с основанием, равным диагонали основания равносторонней четырехгранной пирамиды, и с высотой, равной высоте равностороннего треугольника, построенного на стороне этой пирамиды.

Основание его $a\sqrt{2}$, высота $\frac{a}{2}\sqrt{3}$; причем отношение высоты к основанию $\frac{a}{2}\sqrt{3}:a\sqrt{2}$ или $\sqrt{3}:2\sqrt{2}$, близкое к отношению $3:5$ $(=0{,}612)$.

Приведенные, однако, Виолле ле-Дюком примеры неудачны. Так, строение дорической колоннады путем построения равностороннего треугольника не оправдывается. Не оправдывается также указанное им построение портика Парфенона (таблица I, фигура 3).

Виолле ле-Дюк вчерчивает в портик Парфенона без стилобата названный им египетский треугольник 4-й и утверждает, что: 1) ширина портика в наружной грани архитрава отвечает основанию этого треугольника при высоте его, равной высоте портика без стилобата, и 2) пересечение стороны этого треугольника с нижней гранью архитрава дает ось четвертых колонн портика.

В натуре ширина портика в наружной грани архитрава 30,6 — 30,7 *м*, причем высота по построению должна бы равняться 30,6 — 30,7 × 0,612, что составляет 18,73 *м* — 18,79 *м*, в то время как эта высота составляет всего 17,953 *м*, что дает разницу почти в один метр. Ввиду такого несовпадения основного указания, отпадают и все последующие рассуждения его по этому поводу.

Во всяком случае приходится признать, что если в известных случаях построения Виолле ле-Дюка и дают приемлемые приближения к истинным размерам, взятым в натуре, то все же эти совпадения могут быть приняты только как случайные, но не как вложенные самими строителями отношения.

Во всяком случае следует указать, что если построения при помощи того или другого треугольника, особенно равностороннего, играют несомненно некоторую определенную роль в готике, то указанная схема в классике едва ли применялась.

Подобие фигур как схема пропорциональности. Тирш выставляет следующий тезис: „Основная фигура здания должна повторяться в его архитектурных частях и деталях, давая таким образом ряд подобных фигур. Можно себе представить бесконечное множество фигур, которые сами по себе не могут быть признаны ни красивыми, ни уродливыми, гармоничность же получается при подобии любой основной фигуры целого с его деталями".

В подтверждение своего тезиса Тирш приводит ряд примеров подобия основной фигуры с второстепенными в памятниках как классики, так и других стилей (таблица I, фигура 6).

Но если разбор исторических памятников несомненно и дает в известных случаях совпадения, отвечающие основному тезису Тирша, то все же этим вопрос пропорциональности в целом не решается. Уже один произвольный выбор основной фигуры, даже при внутренней связи подобными отношениями некоторых отдельных частей целого между собой, вносит в его пропорциональность момент случайности, причем остальные неподобные основной фигуре архитектурные части ни с целым, ни между собой несогласованы.

Триангуляция зданий — схема пропорциональности Дегио. Дегио, приняв первую часть тезиса Тирша, его идею подобия целого и его частей для основной фигуры, старается дать не произвольное отношение, а фигуру, оправдывающую себя своею правильностью, своей математической четкостью.

Основной фигурой пропорциональности Дегио считает равносторонний треугольник, подтверждая это положение перечислением всех тех исключительных условий, которым удовлетворяет равносторонний треугольник, занимающий такое же особое положение среди равнобедренных треугольников, какое имеет квадрат среди прямоугольников, круг среди эллипсов, а именно:

а) равносторонний треугольник, вчерченный в круг, делит его окружность на три равные части;

б) центр его тяжести совпадает с центром тяжести как вписанного в него, так и описанного круга;

в) все стороны, все углы его равны между собой;

г) опрокинув равносторонний треугольник на любую из трех его сторон, перпендикуляр, опущенный из его вершины, т. е. его высота, делит основание пополам, проходя через центр его тяжести, ввиду чего этот треугольник является наиболее устойчивым из всех.

Для подтверждения своего положения Дегио приводит:

1) перечисленные выше документы триангуляции готических соборов Миланского и С. Пиетро в Болонье;

2) исполненную им триангуляцию более ста исторических памятников архитектуры, главным образом классики (один из примеров — таблица I, фигура 2).

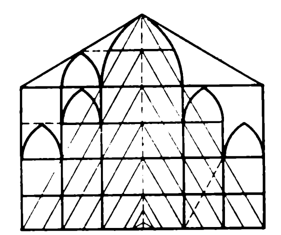
Отрицать более или менее точное совпадение общей ширины и высоты ряда выдающихся памятников с отношениями между высотой и основанием равностороннего треугольника не приходится, но придать этому обстоятельству исключительное значение в смысле пропорциональности нельзя, хотя бы потому, что другие, не менее признанные памятники, как например все храмы Греции и портики Рима, этому условию не удовлетворяют.

Рейнгардт. Пропорции храма Тесея. Рейнгардт ключом пропорциональности греческого храма считает закономерность, достигаемую неуклонным применением одного основного геометрического принципа. Не возражая в основе против этой формулировки, следует, однако, указать, что логического решения поставленной задачи Рейнгардт не дает, развивая постепенные построения не в соответствии ни с конструктивной, ни с композиционной схемой целого.

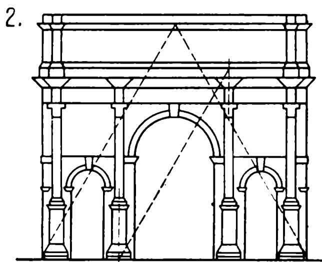
Так, Рейнгардт совершенно непоследовательно строит междуосия колонн из общей ширины стилобата, безотносительно от их диаметра и высоты колонн. Столь же нелогично установление высоты колонн из среднего и углового междуосия, а нижнего радиуса колонн из высоты стилобата. Исход-

СХЕМЫ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

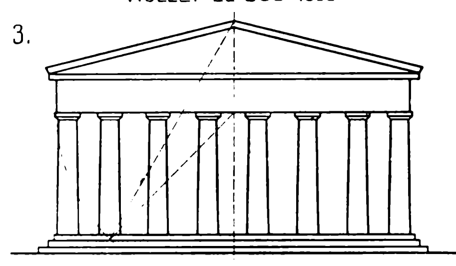
1. G. STORNALOCO 1391



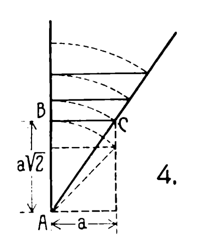
2. DEHIO 1894



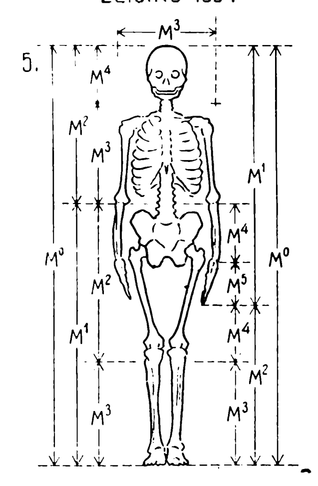
3. VIOLLET LE-DUC 1863



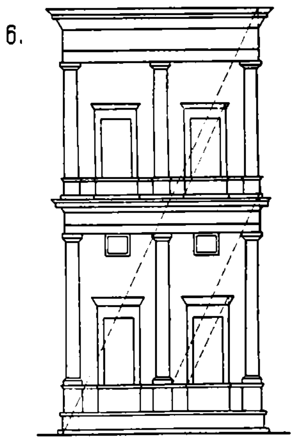
4. HENSZLMANN 1860



5. ZEISING 1854



6. THIERSCH 1887



ным моментом построения фасадов храма он принимает неуловимую для глаза горизонтальную плоскость, разрезающую храм на высоте от стилобата, равной половине углового междуосия

Хотя ряд выведенных Рейнгардтом отношений единственного разобранного им храма Тезея отвечает натурным размерам — высота антаблемента без симы равна $^3/_4$ междуосия; высота фронтона равна высоте антаблемента без симы; высота абака с эхином равна верхнему радиусу колонны в плоскости архитрава; высота капители равна половине радиуса и $^1/_4$ междуосия, — тем не менее метод Рейнгардта не согласован с существом композиции и вследствие этого нелогичен. Он не дает объяснения ни исключительной пропорциональной согласованности отдельных архитектурных частей греческих памятников между собою и с целым, ни тем более не может служить для установления пропорциональности архитектурных памятников других эпох.

Пропорциональные нормы Греции Пеннеторна. Пеннеторн в прекрасно изданном труде разбирает храмы древних Фив, Афин и Рима. Результаты его исследований, касающихся пропорциональности, заключаются в следующем. Как египтяне, так и греки и римляне установили для архитектурных частей храмов численные каноны. Принятые зодчими к руководству нормы вслед затем ими исправлялись, считаясь с теми перспективными сокращениями, которые получаются в зависимости от местоположения и размеров храма в связи с свойствами нашего глаза.

Однако несмотря на огромный затраченный труд, на весьма тщательно произведенные обмеры, Пеннеторн не дает никаких законов сколько-нибудь общего характера, объясняя все численными нормами, численными канонами, причем его теория исправления оптических обманов древними зодчими весьма сомнительна.

Взгляд Корбюзье на пропорции. Корбюзье в своих теоретических рассуждениях об архитектуре бегло останавливается на вопросе о пропорциях, признавая настоятельную необходимость ввести стройность и порядок в отношения отдельных частей здания между собой. При этом он указывает на подобие фигур, дающее возможность уравновешивания отдельных частей между собою и с целым, и приводит несколько известных исторических примеров применения для данной цели геометрических построений (древнегреческая мраморная плита, найденная в Пирее, с высеченной на ней схемой пропорционального построения портика, ворота С.-Дени в Париже с геометрическим построением их Блонделем). Наконец Корбюзье подчеркивает и выдающееся значение золотого сечения.

Музыкальная схема пропорциональности Генчельмана. Весьма тщательный теоретический разбор связи гармонии в музыке с архитектурной пропорциональностью дает Генчельман, опираясь на некоторые несколько туманные, косвенные указания в рукописях средних веков, истолковываемых им как подтверждение применения в готическом зодчестве „кубического" треугольника (triangle du cube) — половины диагонального сечения куба. Генчельман устанавливает на основе кубического треугольника общую схему пропорциональности архитектуры (таблица I, фигура 4).

Подробным и тщательным разбором прежде всего египетских храмов Генчельман старается доказать, что этой схемой пропорциональности пользовались зодчие древнего Египта и по их стопам зодчие Эллады.

Установленная им схема заключается в следующем:

1. Основу пропорционального масштаба составляет „кубический" треугольник — прямоугольный треугольник ABC со сторонами BC и AB и гипотенузой AC (таблица I, фигура 4).

Катет BC — сторона квадрата — дает высоту этого треугольника.

Катет AB — основание кубического треугольника — диагональ квадрата со стороной, равной BC.

Гипотенуза этого треугольника — диагональ куба, с гранями, равными BC. Таким образом высота „кубического" треугольника $BC = a$, основание $AB = a\sqrt{2}$, гипотенуза его $AC = a\sqrt{3}$.

2. Пропорциональный масштаб строится путем отложения ряда увеличивающихся и уменьшающихся подобных основному треугольников, в котором каждый последующий имеет основанием диагональ предыдущего.

3. Устанавливается шкала пропорциональных величин к исходному размеру, к высоте основного треугольника по терминологии Генчельмана ut (исходная единица — unité), принимая пропорциональными к ней величинами как высоты, так и основания увеличивающихся и уменьшающихся по пропорциональному масштабу треугольников.

4. Получаемая таким образом шкала пропорциональных величин дополняется Генчельманом промежуточными величинами, половинками и четвертями как их высот, так и их оснований.

5. Сравнением отношений полученных между собой таким образом величин он устанавливает сходство его шкалы с музыкальной, с интервалами октавы; а именно между основной величиной ut и до удвоенного ut находятся промежуточных 23 или включая ut и 2 ut—25 величин.

Эту часть своей шкалы Генчельман и сравнивает с октавой и устанавливает подобие отношений величин, получаемых таким образом с интервалами октавы, а именно:

6. Генчельман указывает, что в принятой в наше время октаве имеются 13 звуков, греки же различали 25 звуков, с которыми они и считались в своей кубической шкале (включая оба до).

7. Наши музыкальные инструменты доходят до девяти октав и Генчельман пределы своей архитектурной шкалы принимает в тех же пределах получая

$9 \times 24 = 216$ пропорциональных величин.

(Витрувий говорит, что пифагорейцы считались в своих тезисах с кубическими числами и допускали в стихах не более 216).

8. Для установления пропорциональных отношений архитектурного памятника Генчельман пользуется пропорциональной шкалой таким образом, что он прежде всего приравнивает основной размер памятника исходному размеру — стороне куба (a). При этом основным размером памятника при-

Темперационная октава			Кубическая шкала Генчельмана		
Do (*c*) ut	октава	2 = 2,000	2	$a = 2{,}000$	2 стороны куба
	уменьш. септима	125/64 = 1,9531	9/8	$a\sqrt{3} = 1{,}94855$	9/8 диагонали куба
Si (*h*)	большая септима	15/8 = 1,875	4/3	$a\sqrt{2} = 1{,}88561$	4/3 диагонали квадрата и т. д.
	малая септима	9/5 = 1,8	3/2	$a\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}83711$	
La dièse (*ais*)	малая септима	16/9 = 1,7777	81/64	$a\sqrt{2} = 1{,}78996$	
	увелич. септима	125/72 = 1,736		$a\sqrt{3} = 1{,}73205$	
La (*a*)	большая секста	5/3 = 1,666	27/16	$a = 1{,}6875$	
			4/3	$a\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}63299$	
Sol dièse (*gis*)	малая секста	8/5 = 1,600	9/8	$a\sqrt{2} = 1{,}59099$	
			8/9	$a\sqrt{3} = 1{,}5396$	
Sol (*g*)	квинта	3/2 = 1,5	3/2	$a = 1{,}5000$	
Fa dièse (*fis*)	уменьш. квинта	36/25 = 1,44	27/32	$a\sqrt{3} = 1{,}46141$	
		25/18 = 1,3888		$a\sqrt{2} = 1{,}41421$	
Fa (*f*)	кварта	4/3 = 1,333	9/8	$a\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}37783$	
			4/3	$a = 1{,}3333$	
	уменьш. кварта	32/25 = 1,28	3/4	$a\sqrt{3} = 1{,}29903$	
Mi (*e*)	большая терция	5/4 = 1,250	8/9	$a\sqrt{2} = 1{,}25707$	
Re dièse (*des*)	малая терция	6/5 = 1,2000	27/32	$a\sqrt{2} = 1{,}19324$	
	уменьш. терция	$\frac{144}{125} = 1{,}152$	2/3	$a\sqrt{3} = 1{,}1547$	
Re (*d*)	большая секунда	9/8 = 1,125	9/8	$a = 1{,}125$	
	малая секунда	27/25 = 1,08	8/9	$a\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}08866$	
ut dièse (*cis*)	малая секунда	16/15 = 1,066	3/4	$(a\sqrt{2}) = 1{,}06066$	
	увелич. прима	25/24 = 1,04166	16/27	$(a\sqrt{3}) = 1{,}02640$	
ut (*c*)	прима	= 1,000		$a = 1{,}000$	

нимается какая-нибудь главная его часть, например для греческих храмов обыкновенно ширина его целлы.

9. Затем все архитектурные части и детали разбираемого памятника, если они пропорциональны между собой и к целому, должны равняться какой-нибудь из 216 пропорциональных к основному размеру величины по кубической его схеме.

10. Пользуясь имеющимися в его распоряжении измерениями с натуры, Генчельман тщательным разбором целого ряда выдающихся памятников пытается доказать, что все они уравновешены по этой схеме.

Учитывая громадный, не лишенный интереса труд, выполненный Генчельманом при его исследованиях, все же приходится признать, что своим разбором он не вносит свежей струи в исследование пропорциональности. Им он только подтверждает то неоспоримое положение, что основой пропорциональных исканий Египта и классического зодчества служили численные отношения, отвечающие консонантным интервалам октавы, и в этом отношении приводимые им примеры ценны. Что же касается предложенной им схемы построения всех численных отношений, отвечающих тонам и полутонам октавы при помощи его кубической шкалы, то она частично явно подогнана, мало убедительна и практического применения иметь не может.

Тем не менее связь музыкальной гармонии с пропорциональностью в архитектуре Генчельманом подчеркнута правильно, равно как правильна положенная им в основу пропорциональности идея пропорциональной связи всех его отдельных архитектурных частей между собою и целым.

Свиежановский, как и Генчельман, указывает на соответствие архитектурных пропорций с акустическими, однако его выводы нельзя признать серьезными. Откинув даже мало обоснованные и голословные обобщения полученных им результатов, как то сравнения его пропорциональной схемы с гаммой, с Пифагоровым треугольником и с формулой наибольшего сопротивления столба, заметим, что по существу его теория представляет собою только кажущуюся схему пропорциональности и получаемые им отношения являются произвольными.

Схема пропорциональности греческих храмов Шульца. В. Шульц,[1] ссылаясь на М. Кантор[2] и на Витштейн,[3] указывает на те принципы, которые, по его убеждению, лежали в основе греческой пропорциональности.

„Пифагору, — говорит он, — приписываются два основных закона гармонии в музыке: 1) два звука дают гармоническое созвучие, если отношение их

---

[1] Schultz W., Die Harmonie in der Baukunst, Hannover 1891.

[2] Moritz Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1900—1901 г.

[3] Wittstein, Der goldene Schnitt und dessen Anwendung in der Kunst.

колебаний выражается малыми числами, и 2) гармоническое троезвучие получается, если к аккорду из двух консонантных звуков придать звук, число колебаний которого находится в гармонической пропорциональной связи с двумя первыми".

Считаясь с этим последним законом Пифагора, Шульц основой греческой системы пропорциональности в архитектуре считает десять греческих пропорций, перечисленных Эвклидом, а именно:

1. Арифметическая пропорция
   $a - b = b - c.$
2. Геометрическая пропорция
   $a : b = b : c.$
3. Гармоническая пропорция
   $a : c = (a - b) : (b - c).$
4. Гармоническая пропорция
   $a : c = (b - c) : (a - b).$
5. Гармоническая пропорция
   $b : c = (b - c) : (a - b).$
6. Гармоническая пропорция
   $a : b = (b - c) : (a - b).$
7. Гармоническая пропорция
   $a : c = (a - c) : (b - c).$
8. Гармоническая пропорция
   $a : c = (a - c) : (a - b).$
9. Гармоническая пропорция
   $b : c = (a - c) : (b - c).$
10. Гармоническая пропорция
   $b : c = (a - c) : (a - b).$

При этом Шульц говорит, что золотое сечение, представляющее собой геометрическую пропорцию при условии $a = b + c$,
т. е.

$$(b + c) : b = b : c,$$

или 10-ую гармоническую пропорцию при том же условии ($a = b + c$):

$$b : c = (a - c) : (a - b),$$

является самой совершенной пропорцией. „Но,— продолжает Шульц,— она не единая, я хотел бы ее сравнить с вождем, являющимся первым из числа выдающихся людей своего народа, и такую именно роль золотое сечение играло в теории пропорциональности греков".

Переходя к применению этих пропорций в памятниках древней Греции, Шульц исходит от гармонических прямоугольников, в которых или обе стороны и разница между ними, или обе стороны и диагональ прямоугольника составляют одну из вышеперечисленных пропорций.

В греческом храме Шульц исходным прямоугольником берет наибольший — нижнюю площадь стилобата — и на примерах доказывает, что таковые составляют гармонические прямоугольники.

Далее он получает произвольные, подобные основному, прямоугольники, пользуется их сторонами и диагоналями для установления дальнейших пропорциональных рядов и т. д.

Не входя в подробный разбор теории Шульца, остроумной и не лишенной известной стройности, следует указать на недостаточную простоту и гибкость ее применения в живом деле архитектурной проектировки.

Сабанеев. Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения. Сабанеев дает интересный опыт позитивного обоснования законов формы в статье „Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения".[1] В ней он старается выявить существование закона золотого сечения в музыкальных произведениях, отдельные части длины которых, приняв принцип временного их протяжения, по его мнению, находятся в соотношении золотого сечения.

Существование самого явления золотого сечения в музыкальных произведениях Сабанеев обосновывает как что-то нормативное, не случайное, интуитивно постулируемое, в качестве некоторой нормы творчества, нормы эстетической конструкции целого и его частей.

Теория этого явления представляется Сабанееву как частный случай общего закона ритмического равновесия и основана на том положении, что организация художественного объекта, при которой кардинальные его части разделены вехами, образующими ряды золотого сечения, соответствует как раз наиболее экономному восприятию массы отношений и поэтому должны производить впечатление наивысшей стройности формы.

Таким образом вся теория Сабанеева идет по иному, гораздо более углубленному руслу мышления, чем шаткий принятый Генчельманом путь. И если значение золотого сечения в принятом Сабанеевым разрезе подтверждается для музыкальных произведений, то этим только подчеркивается огромное его значение в области гармонических восприятий вообще и, следовательно, в делениях архитектурного целого.

Мировой закон пропорциональности Цейзинга. Широко подошел к вопросу о пропорциональности Цейзинг.[2]

„Принципы симметрии, дающие деления на равные части,— говорит Цейзинг,— давно осознаны, закон же пропорциональности, применение которого необходимо в тех случаях, где требуется определить правильное сочетание двух неравных частей, закон, дающий объяснение, почему деление целого на неравные части в иных случаях красиво, в других — нет, и указывающий вместе с тем предел, до которого допустима неравность частей, до сих пор неизвестен".

„Такой закон,— продолжает Цейзинг,— не должен быть расплывчатым и неопределенным, но все же достаточно гибким, чтобы дать возможность широкого его применения".

Исходя затем из того положения, что пропорциональность есть отношение двух неравных частей между собою и к целому в наиболее совершенном их сочетании, Цейзинг формулирует закон пропорциональности следующим образом:

„Деление целого на неравные части пропорционально, когда отношение частей целого между

[1] Журнал Государственной академии художественных наук. „Искусство" за 1926 и 1927 гг.
[2] A. Zeising, Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Korpers, Leipzig 1854.

собой то же, что и отношение их к целому, т. е. то отношение, которое дает золотое сечение".

Пытаясь доказать, что все мироздание подчиняется этому закону пропорциональности, Цейзинг старается проследить его как в органическом, так и в неорганическом мире.

В подтверждение своего предположения он приводит недостаточно обоснованные данные об отношениях взаимных расстояний между собой небесных светил, отвечающих золотому сечению, устанавливает таковые же отношения в строении человеческой фигуры, в строении некоторых животных, в конфигурации минералов, растений, в звуковых аккордах музыки и в соотношении отдельных частей между собой в архитектурных памятниках. Особое внимание Цейзинг уделяет пропорциям человеческого тела в связи с законом золотого сечения.

Рассмотрев подробнейшим образом выводы по этому вопросу всех доступных ему авторов, а также пропорции статуй Аполлона Бельведерского, Венеры Медицейской и др., Цейзинг устанавливает, что при делении общей высоты в указанном отношении линии деления проходят через естественные членения тела. Так, первый раздел проходит через пупок, второй в середине шеи, и т. д. Вообще все размеры отдельных частей тела получаются постепенно продолженным делением целого по золотому сечению (таблица I, фигура 5 — костяк человека).

Останавливаясь на значении его закона в музыке, Цейзинг указывает, что древние греки приписывали эстетическое впечатление аккордов пропорциональному делению октавы при помощи среднеарифметической и гармонической пропорции.

Первой отвечает отношение основного тона к квинте и к октаве — 6:9:12; второй — отношение основного тона к кварте и к октаве — 6:8:12.

Таким же образом греки объясняли гармонию и остальных созвучий.

Базируясь на тех положениях, что только те соединения тонов красивы, интервалы которых находятся между собой и к целому в пропорциональном отношении, и на том, что соединение только двух тонов не дает полной гармонии, Цейзинг, считая наиболее пропорциональным отношением золотое сечение, признает самыми гармоничными консонансами малую и большую сексту, ближе всего в целых малых числах, отвечающих этому делению, а именно:

1) $e:c = c:e+c$, т. е. $5:8 = 8:13$
2) $es:c = c:es+c$, т. е. $3:5 = 5:8$.

При этом Цейзинг подчеркивает, что большая и малая секста являются также единственными консонантными двоезвучиями, которыми может быть закончен музыкальный период, и что кроме того ими достигается переход к остальным интервалам, к тонам троезвучия и затем ко всем основным аккордам.

Эти выводы Цейзинга с его толкованием причин консонантности интервалов не противоречат научным исследованиям в этом направлении.

Еще Эйлер объяснял консонантные интервалы свойством человеческого ума, которому, по его мнению, приятны простые числовые отношения. Ум любит порядок, но только такой порядок, который легко поддается восприятию и который достигается простыми численными отношениями, между прочим и в музыке.

Исследования Гельмгольца доказали, что настоящей причиной диссонанса в музыке следует признать быстрое следование биений.

Совершенный консонанс известных музыкальных интервалов получается благодаря отсутствию биений. Несовершенный же консонанс других интервалов происходит от их наличия. Анализ Гельмгольца доказывает, что интервалы, для выражения которых требуются большие числа, всегда сопровождаются такими верхними тонами, которые производят биения между тем как при интервалах, выражаемых малыми числами, биения почти отсутствуют. Сделанное затем Гельмгольцем графическое изображение консонансов и диссонансов в музыке подтверждает его гипотезу.

Но этими опытами доказана лишь фактическая сторона вопроса, общие же законы гармонического движения еще недостаточно выяснены.

В этом отношении весьма интересна приведенная Тиндалем, предложенная Лиссажу, красивая оптическая иллюстрация музыкальных интервалов, дающая разнообразные фигуры, производимые соединением вибраций интервалов.

В этой же области лежит исследование образований затейливо красивых узоров на замерзших стеклах, снежных кристаллов и тому подобных явлений. Сюда же следует отнести теорию Сабанеева.

Переходя к значению закона пропорциональности в архитектуре, Цейзинг указывает, что архитектура в области искусств занимает такое же положение, как и органический мир в природе, одухотворяя на почве мировых законов инертную материю. Планомерность, симметрия и пропорциональность при этом являются непременными ее моментами, а отсюда вопрос о законах пропорциональности в архитектуре выдвигается значительно острее, чем в скульптуре или в живописи, которые пользуются непосредственными примерами, созидаемыми самой природой, чего в архитектуре нет.

Выяснив общие положения необходимости уравновешивания взаимной высоты и ширины здания, размеров отдельных его частей между собой, Цейзинг приводит примеры применения сформулированного им общего закона пропорциональности.

Однако несколько примитивный подход Цейзинга к пропорциональному разбору архитектурных памятников, не считающийся с основой композиции разбираемого здания, дает расчетные размеры, значительно расходящиеся с натуральными, вследствие чего результаты его разбора неубедительны. Так, на приведенном им примере Парфенона почти ни одно из его указаний не подтверждается с достаточной точностью, и таким образом приведенный им разбор дает здание, по своим пропорциям сильно расходящееся с Парфеноном. То же следует сказать и по другим приведенным им разборам как классических деталей, так и готических соборов.

Тем не менее отклонение на этом основании признания золотого сечения математической основой теории гармонии было бы неправильно.

Его исключительное значение в смысле пропорционального деления, единая полная связь между целым и его частями и постоянное между ними отношение, которое оно дает и которое не достигается никаким другим делением, выдвигает его на первое место как нормативное начало пропорциональности в архитектуре.

Однако архитектурный памятник в целом создается на основе ряда отдельных моментов; сюда входят в первую очередь требования учета социально-бытовых данных и удовлетворение функциональных и конструктивных требований программы и задания в условиях данного места и данного времени; вслед за тем архитектурный памятник должен считаться с выражением архитектурно-художественных требований своего времени, с масштабом и пропорциональностью.

Архитектурная же композиция слагается из сочетания всех этих отдельных элементов в одно целое, она предварительно должна дать идею основную картину его и должна предшествовать проверке пропорций, которые, со своей стороны, имеют математическую основу и в каждом отдельном случае должны логически подчиниться основной композиции и стильным ее требованиям, гибко приспособляясь к ее характеру и внося лишь порядок в интуитивно установленные зодчим, на основе требований композиции, отношения.

В дальнейшем изложении мы хотим доказать значение в этом направлении закона золотого сечения, стараясь показать, что он не только не противоречит пропорциональности общепризнанных архитектурных памятников прошлого, но входит как математическое начало в их пропорции, и таким образом должен направлять и направляет чутье пропорциональности новых форм архитектуры и в настоящее время, в условиях нового социального строя.

4 Г. Д. Гримм. 1852

ГЛАВА ВТОРАЯ

ПРОПОРЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ

Основное значение золотого сечения, его построение и исключительные свойства. Прогрессия золотого сечения. Золотое сечение высших порядков. Пропорциональный масштаб прогрессии золотого сечения. Пропорциональное деление линейное. Пропорциональное согласование прямоугольников. Пропорциональный масштаб прогрессии золотого сечения площадей. Пропорциональное согласование треугольников, кругов и спиралей. Пропорциональное согласование объемов куба, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.

§ 7. Общее определение пропорционального деления

Архитектурное сооружение только тогда представляет собой художественное произведение, когда оно является образным познанием действительности, когда его форма и идея отображают определенный социальный и культурный уровень страны и в то же время представляют собой единое сочетание, с учетом наибольшей их целесообразности, простоты и правдивости, а также с учетом требований конструкции и материалов.

Как форма, так и идея, отдельно взятые, не имеют самодовлеющего значения. Только сочетание их в одно гармоническое целое дает художественное произведение.

Одним из условий и средств художественности архитектурных сооружений является впечатление гармоничности и пропорциональности, которое должно отражаться в архитектурном памятнике и которое достигается правильным (нормированным) соотношением отдельных частей целого, между собой и к этому последнему в пределах стиля и общей идеи композиции.

Установление правильных, созвучных отношений или пропорциональности между частями какого-нибудь целого заключается в том, чтобы определить, какое деление целого на большую и меньшую часть допустимо, какое деление целого дает такое отношение его частей между собой, при котором большая не казалась бы слишком большой, а меньшая чрезмерно малой, т. е. такое деление, при котором пропорциональное отношение между ними не было нарушено.

Для этого необходимо знать закон, определяющий взаимно пропорциональное отношение двух неравных составных частей целого, неравенство которых уравновешивается однородным отношением их между собой и с целым.

Исходя из того положения, что пропорциональность есть отношение двух неравных составных частей целого между собой и к этому последнему в наиболее совершенном их сочетании, закон пропорциональности может быть сформулирован следующим образом:

Деление целого на неравные части в том случае пропорционально, когда отношение неравных частей целого между собой то же, что и отношение их к целому или когда оно составляет закономерное производное этих отношений.

Математически формулировка этого тезиса в первой своей части следующая:

Деление целого на неравные части пропорционально, когда меньшая часть целого так относится к большей, как эта последняя к целому и обратно — целое при пропорциональном его делении должно находиться в том же отношении к большей своей части, как большая к меньшей.

Этому заданию удовлетворяют только два решения:

1. Деление целого на такие две неравные части, из которых большая так относится к целому, как меньшая к большей.

2. Деление целого на такие две неравные части, из которых больший отрезок настолько меньше целого, насколько меньший отрезок меньше большего.

Обратимся к разбору каждого из этих двух, удовлетворяющих основному требованию пропорционального деления целого, решений.

§ 8. Закон золотого сечения

Деление целого на такие две неравные части, из которых большая так относится к целому, как меньшая к большей, получается решением задачи, известной в математике под названием золотого сечения или деления данного отрезка прямой в среднем и крайнем отношении, т. е. деление его на такие две части, чтобы большая из них была среднею пропорциональною между всем отрезком и меньшей его частью.

Алгебраическое решение золотого сечения. Алгебраически задача решается следующим образом (таблица II, фигура 1).

Если данный отрезок прямой AB обозначим a, а большую его часть $AG - x$, то меньшая BG составит $a - x$ и, согласно требованию задачи, мы будем иметь пропорцию

$$a : x = x : (a - x),$$

откуда

$$x^2 = a\ (a - x)$$

или

$$x^2 + ax - a^2 = 0.$$

Решив это уравнение, находим:

а) положительное решение:

$$x_1 = -\frac{a}{2}\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2};$$

б) отрицательное решение:

$$x_2 = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}.$$

Положительное решение можно представить так:

$$x_1 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{a}{2},$$

и так как

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 < \left(\frac{a}{2} + a\right)^2,$$

то и

$$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} < \frac{a}{2} + a.$$

Отняв от обеих частей $\frac{a}{2}$, найдем, что

$$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{a}{2} < a$$

или что $x_1 < a$.

Следовательно, задача всегда возможна и имеет только одно решение.

Что же касается отрицательного решения, то абсолютная его величина дает ответ на измененную задачу: данную прямую AB продолжить настолько (на x), чтобы продолжение было средней пропорциональной между a и $a + x$. Это также будет деление данного отрезка в среднем и крайнем отношении и называется внешним, в отличие от первого внутреннего.

Геометрическое построение золотого сечения. Для геометрического построения золотого сечения заметим, что выведенное выше выражение $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2}$ представляет собой длину гипотенузы такого прямоугольного треугольника, у которого один катет равен a, а другой $\frac{a}{2}$.

Построив такой треугольник, мы найдем гипотенузу, выражаемую формулой: $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2}$.

Чтобы затем получить длину x, достаточно из гипотенузы построенного треугольника вычесть $\frac{a}{2}$. Таким образом построение выполняется следующим образом.

Данный отрезок AB (таблица II, фигура 2) делим пополам в точке C. Из конца B восстанавливаем перпендикуляр BD и откладываем на нем $BD = BC$.

Соединив A и D прямой, получим прямоугольный треугольник ABD, у которого:

один катет $AB = a$

другой катет $BD = \frac{a}{2}$ и, следовательно,

его гипотенуза $AD = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2}$.

Чтобы вычесть из гипотенузы длину $\frac{a}{2}$, опишем из D, как из центра, дугу радиусом BD, равным $\frac{a}{2}$. Тогда отрезок AE будет равен

$$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{a}{2},$$

т. е. он будет равен x.

Отложив AE на AB от A до G, получим точку G, в которой отрезок AB делится в крайнем и среднем отношении, или другими словами отрезок прямой AB в точке G разделен по золотому сечению на две неравные части AG и GB, большую и меньшую часть, из которых последняя относится к первой как первая к целому отрезку.

Чтобы построить отрицательное решение x_2, заметим, что это выражение

$$x_2 = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}$$

можно представить так:

$$-\left(\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}\right).$$

Для построения этого выражения (таблица II фигура 3) сложим гипотенузу AD треугольника ABD с катетом DB, для чего опишем из D, как из центра, дугу радиусом $DB = \frac{a}{2}$; тогда отрезок AF будет равен

$$\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}.$$

Отложив эту величину AF от точки A на продолжении отрезка AB по противоположному направлению, получаем отрезок AH, среднегеометрическую пропорциональную между новым целым отрезком HB и AB.

Численные величины большего и меньшего отрезков (майор и минор) деления по золотому сечению. Определив геометрическое построение деления целого по золотому сечению и алгебраическое выражение, отвечающее этому делению, укажем численные величины, которые отвечают вышеприведенному иррациональному его выражению.

Формулу, определяющую положительное и отрицательное значение среднегеометрической по золотому сечению деления целого:

$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2},$$

можно представить так:

$$x = -\frac{a}{2} \pm \frac{a}{2}\sqrt{5}.$$

Или:
положительное решение:

$$x_1 = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1),$$

отрицательное решение:

$$x_2 = -\frac{a}{2}(\sqrt{5} + 1).$$

Приняв теперь a за едииицу, получаем:
для $x_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0{,}6180339887\ldots$

Условимся большой отрезок или майор целого $= 0{,}618\ldots$ обозначать буквой M.

Тогда
AB — целое $M^0 = a = 1 = 1{,}000000$
AG — больший отрезок

$$M^1 = x_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0{,}6180339887\ldots$$

BG — меньший отрезок

$$M^2 = a - x_1 = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5}) = 0{,}381966\ldots$$

а для $x_2 = -\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1) = -1{,}6180339887$ и следовательно при x_2
AB — минор $= a = 1{,}000$,
AH — майор $= -x = 1{,}618$,
HB — целое $= -(a + x) = 2{,}618$.

Исключительные свойства золотого сечения. Основное, исключительное значение золотого сечения заключается в том, что золотое сечение дает отношение неравных частей целого между собой то же, что и отношение их к целому, т. е.

$$a : b = b : (a - b).$$

Кроме того следует также указать на связанные с этим основным свойством дополнительные исключительные свойства этой наиболее совершенной пропорции, а именно: в то время как обыкновенная и непрерывная геометрическая пропорция дает равенство двух отношений при 3 или 2 произвольных величинах, золотое сечение дает равенство отношений не произвольно взятых величин, а постоянное отношение между целым и его частями (равное 0,618 . . .).

Постоянное отношение между целым и его отрезками. В геометрической обыкновенной пропорции

$$a : b = c : d$$

три члена произвольны; так, если члены a, b, c произвольны, d замыкает пропорцию.

В непрерывной пропорции

$$a : b = b : c$$

два члена произвольны; так, если члены a и b произвольны, c решает пропорцию и т. д.

И в том и в другом случае отношение $\frac{a}{b}$ произвольное и только $c:d$ или $b:c$, равные этому произвольному отношению, дают геометрическую пропорцию.

В золотом сечении

$$a : b = b : (a - b);$$

оба последующие члена находятся в постоянной зависимости от исходной, основной величины, — от целого, причем отношение их между собой и с целым не случайное, а постоянное — равное 0,618 . . .; при всяком значении целого:

$a : 0{,}618\,a = 0{,}618\,a : 0{,}382\,a$, причем получается:
отношение целого к большему члену

$$a : 0{,}618\,a = 1{,}618$$

отношение большего члена к целому

$$0{,}618\,a : a = 0{,}618\ldots \text{ и}$$

отношение большего члена к меньшему

$$0{,}618\,a : 0{,}382\,a = 1{,}618$$

отношение меньшего члена к большему

$$0{,}382 : 0{,}618\,a = 0{,}618.$$

§ 9. Золотое сечение — производное „высших порядков"

Меньший отрезок целого — майор большего отрезка целого. Если целое AB, согласно вышеприведенному построению, разделено по золотому сечению на больший и меньший отрезки — на майор и минор — на AG и на GB, то, желая продолжать соответствующее пропорциональное деление путем деления майор AG по золотому сечению, остается только на нем отложить минор GB, который в свою очередь является большим отрезком нового целого AG (таблица II, фигура 2).

В самом деле, приняв:
а) AB — целое равное a,
AG — майор a, равное x,
GB — минор a, равное $a - x$, и затем
б) AG — новое целое, равное x,
GI — майор x, равное y,
AI — минор x, равное $x - y$,
согласно вышеприведенной формуле, будем иметь для AG, т. е. для майор a значение:

$$x = \frac{a}{2}\sqrt{5 - 1},$$

а для BG, т. е. для минор a

$$a - x = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{5}).$$

Продолжая деление по золотому сечению, приняв AG за целое, получаем для GI майор x:

$$y = \frac{x}{2}(\sqrt{5} - 1)$$

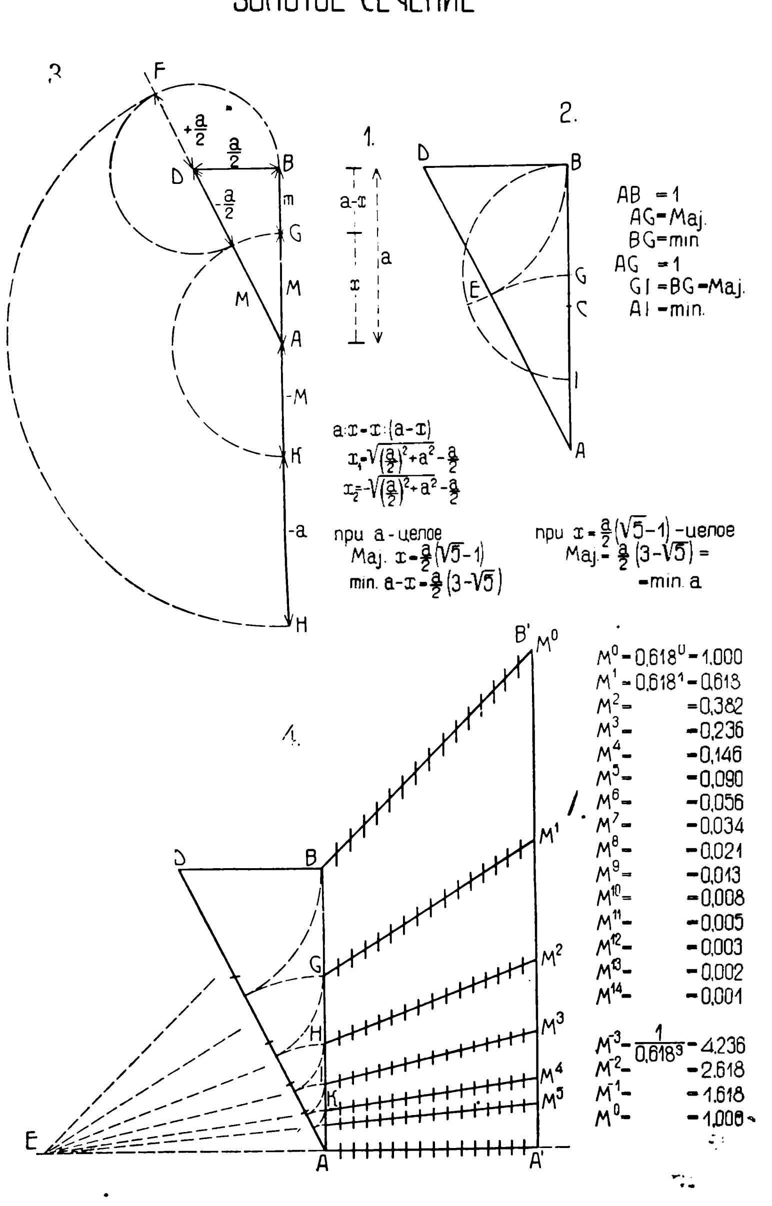
или, подставив для x его значение, выведенное выше, а именно

$$x = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1),$$

$$y = \frac{a}{4}(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} - 1) = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{5}).$$

табл. II

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ



Следовательно:

$$GI \text{ майор } x_1 = \frac{a}{2}(3-\sqrt{5}),$$

но

$$BG \text{ минор } a = \frac{a}{2}(3-\sqrt{5}),$$

отсюда

$$GI = BG.$$

Таким образом деление по золотому сечению, один раз проделанное над основным целым, может быть продолжено до бесконечности, давая золотое сечение высших порядков — непрерывный ряд пропорций по золотому сечению, путем простого откладывания соответственно каждый раз минор на соответствующий майор.

Точно так же, желая к первоначальному целому, деленному по золотому сечению, прибавить часть, которая находилась бы к нему в том же пропорциональном отношении, остается только отложить на продолжении целого его майор AG до точки K, причем полученный отрезок AK будет минор вновь полученного целого $AB + AK = BK$, майор которого будет первоначальное целое AB (таблица II, фигура 3).

Таким путем достигается пропорциональная связь не только примитивных делений целого по золотому сечению, но более сложные сочетания пропорциональных между собой отношений целого и ряда отдельных его частей — золотое сечение, производное высших порядков.

Постепенное деление целого по золотому сечению дает прогрессию со знаменателем 0,618 . . . Постепенное деление целого по золотому сечению путем непрерывного откладывания минор на соответствующий майор дает геометрически убывающую прогрессию со знаменателем

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618\ldots$$

и каждый член прогрессии находится в отношении, отвечающем золотому сечению как к его предыдущему, так и к его последующему члену.

В самом деле, обозначив a целое, b его майор, пропорция золотого сечения дает:

$$\text{а) } a:b = b:(a-b);$$

подставив выше приведенное значение для майор, получаем:

$$b = a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right), \text{ т. е. } a \cdot M;$$

б) деля вновь первый майор b по золотому сечению и обозначая его майор буквой c, из пропорции золотого сечения

$$b:c = c:(b-c),$$

получаем

$$c = b\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).$$

Подставив вышеприведенное значение для b, т. е.

$$b = a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$$

в уравнение

$$c = b\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right),$$

получаем:

$$c = a\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \text{ или } a \cdot M \cdot M.$$

Далее, обозначив майор c буквой d, из уравнения

$$c:d = d:(c-d),$$

получаем

$$d = c\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$$

или

$$d = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

т. е. $a \cdot M \cdot M\ M$ и т. д.

Таким образом постепенное деление целого по золотому сечению можно изобразить в виде геометрической прогрессии с знаменателем, равным

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

майор, с обозначением его буквой M, т. е. a, aM, aM^2, aM^3, aM^4, . . . aM^{2-1} или приняв $a = 1$, M^3, M^4, M, M^4 . . .

Минор — дополнение майор до целого. Сумма двух меньших членов равна большему, т. е. целому, и таким образом меньший отрезок составляет дополнение большего, больший же дополнение меньшего до целого. Отсюда:

а) Сумма двух последовательных членов равна предыдущему члену майор + минор = целому — их сумме $= M + m = S$, обозначая сумму — S, майор — M, минор — m.

$$\begin{aligned} 1)\ M^0 &= M^1 + M^2 & S &= M + m \\ M^1 &= M^2 + M^3 \text{ или } & S &= M + m \\ M^2 &= M^3 + M^4 & S &= M + m \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

отсюда:

$$2)\ M^0 = M^1 + M^2, \text{ но } M^1 = M^2 + M^3;$$

следовательно, подставляя в первую формулу значение M^1, получаем $M^2 + M^3 + M^2$ и далее $M^2 = M^3 + M^4$.

Следовательно:

$$M^0 = M^3 + M^4 + M^4 + M^3 + M^4,$$

но:

$$M^3 = M^4 + M^5,$$

отсюда:

$$3)\ M^0 = \underbrace{M^4 + M^5} + M^4 + \underbrace{M^4} + \underbrace{M^5} + M^4 + \underbrace{M^5} + \underbrace{M^4},$$

а, следовательно, и обратно:

$$\begin{aligned} M^0 &= \underbrace{M^3 + M^4} + \underbrace{M^3 + M^4} + M^3 \\ M^0 &= M^2 + \underbrace{M^2 + M^3} \\ M^0 &= \underbrace{M^2 + M^1} \\ &\quad M^0 \end{aligned}$$

и т. д.

б) Разница двух последовательных членов прогрессии золотого сечения равна третьему ее члену:

$$S - M = m \text{ и } S - m = M,$$

так:

$$\begin{aligned} M^0 - M^1 &= M^2 \text{ и } M^0 - M^2 = M^1 \\ M^1 - M^2 &= M^3 \text{ и } M^1 - M^3 = M^2 \end{aligned}$$

а следовательно:

1) $M^0 - M^1 \qquad = M^2, \qquad$ но $M^2 = M^3 + M^4$,

следовательно:

$$M^0 - M^1 = M^3 + M^4, \text{ а } M^1 = M^2 + M^3,$$

отсюда:

$$2)\ M^0 - M^2 - M^3 = M^3 + M^4, \text{ но } M^0 = M^1 + M^2,$$

следовательно:

$$3)\ M^1 + M^2 - M^2 - M^3 = M^3 \cdot\cdot M^4$$

или

$$\frac{M^1 - M^3}{M^2} = \frac{M^3 + M^1}{M^2}$$

в) Та же перестановка отдельных членов, которая допускается всякой непрерывной геометрической пропорцией, применима и для золотого сечения:

$$1)\ M^1 : M^2 = M^2 : M^3;$$
$$M^3 : M^2 = M^2 : M^1;$$
$$M^2 : M^1 = M^3 : M^2;$$
$$M^2 : M^3 = M^1 : M^2;$$

$$2)\ \frac{M^1 + M^2}{M^2} = \frac{M^2 + M^3}{M^3}, \text{ что равно } \frac{M^0}{M^2} = \frac{M^1}{M^3}.$$

$$3)\ \frac{M^1 + M^2}{M^1 - M^2} = \frac{M^2 + M^3}{M^2 - M^3}, \quad " \quad \frac{M^0}{M^3} = \frac{M^1}{M^4}.$$

$$\frac{M^1 + M^2}{M^2 + M^3} = \frac{M^2}{M^3} = \frac{M^1}{M^2}, \quad " \quad \frac{M^0}{M^1} = \frac{M^2}{M^3} = \frac{M^1}{M^2}.$$

$$\frac{M^1 - M^3}{M^2 - M^3} = \frac{M^2}{M^3} = \frac{M^1}{M^2}, \quad " \quad \frac{M^3}{M^4} = \frac{M^2}{M^3} = \frac{M^1}{M^2}$$

и т. д.

г) Сюда же следует отнести перестановку, получаемую по 10-й греческой гармонической пропорции, которая соответствует золотому сечению, а именно:

$$\frac{M^2}{M^3} = \frac{M^1 - M^3}{M^1 - M^2},$$

так как

$$M - M^3 = M^2, \text{ а } M^1 - M^2 = M^3.$$

д) Из последовательного ряда пропорциональных отрезков целого, расположенных в порядке членов прогрессии золотого сечения, каждые три, непосредственно расположенные друг за другом, отрезка относятся между собою как целое к майор к минор:

$$M^0 : M^1 : M^2 = S : M : m.$$
$$M^1 : M^2 : M^3 = S : M : m.$$
$$M^5 : M^6 : M^7 = S : M : m.$$

Достижение золотым сечением наилегчайшего восприятия. Наконец одним из выдающихся свойств золотого сечения, также выделяющим его из ряда возможных делений целого, является свойство, подчеркнутое Сабанеевым в его опыте позитивного обоснования законов формы, изложенное в статье, разбирающей этюды Шопена в освещении закона золотого сечения.

В ней Сабанеев ставит вопрос о таком делении отрезка на части, при котором число получаемых возможных отношений между ними было бы наименьшее.

„Решение этой задачи должно дать наибольшую экономию энергии восприятия и наилегчайшее восприятие и тем самым достигается частичное разрешение ритмической задачи, получается наибольшее ощущение стройности, которое пр ставляет собой частный случай ощущения к соты".

Задача деления отрезка прямой на такие час чтобы число всех получаемых между ними и лым отношений было наименьшее, дает след щие решения: приняв деление на две и бо. частей:

1. Первый случай деления целого на две ча дает при делении отрезка AC пополам в точке два равных отрезка $AB = AC$. Всех отрезков этом три — AC, AB и BC.

Из общего числа возможных между ними от шений, а именно:

$$\frac{AB}{AC};\ \frac{BC}{AC};\ \frac{AC}{AB};\ \frac{AB}{BC};\ \frac{AC}{BC};\ \frac{BC}{AB} \text{ или}$$

$$1:2;\ 1:2;\ 2:1;\ 1:1;\ 2:1;\ 1:1.$$

Остаются три различных отношения 1:1; и 2:1.

2. Второй случай деления целого на две п извольного размера неравные части дает при же трех отрезках — шесть различных отношен а именно: обозначив AB через a, $BC = b$ и $AC =$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{a}{c};\ \frac{BC}{AC} = \frac{b}{c};\ \frac{AC = c}{AB = a};\ \frac{AB = a}{BC = b};$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{c}{b} \text{ и } \frac{BC}{AB} = \frac{b}{a}.$$

Те же шесть различных отношений получаю в случае деления отрезка по среднеарифметиче пропорциональному делению, а именно: $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{1}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{1}$.

3. Третий случай деления на две нерав части по золотому сечению дает четыре разл ных отношения, а именно:

$$\frac{AB}{AC};\ \frac{BC}{AC};\ \frac{AC}{AB};\ \frac{AB}{BC};\ \frac{AC}{BC};\ \frac{BC}{AB},$$

отвечающие отношениям:

$$\frac{M^1}{M^0};\ \frac{M^2}{M^0};\ \frac{M^0}{M^1};\ \frac{M^1}{M^2};\ \frac{M^0}{M^2};\ \frac{M^2}{M^1}.$$

Между ними два отношения повторяются; с довательно различных отношений всего четь M^1, M^2, M^{-1} и M^{-2}. Повторяются отношения:

$$\frac{M^0}{M^1} = \frac{M^1}{M^2} = M^{-1} \text{ и } \frac{M^1}{M^0} = \frac{M^2}{M^1} = M^1.$$

Из разбора разных случаев деления отре на две части следует, что наименьшее количес различных отношений между отрезками по чается при делении пополам и при делении золотому сечению.

Чем больше число отрезков деления, больше и разница между получающимися разл ными отношениями, с одной стороны, при де нии на произвольного размера части и, с друг при делении на равные части и при делении золотому сечению; так:

а) деление целого на 6 произвольного разм частей дает $7 \times 6 = 42$ различных отноше (включая и отношение их к целому);

б) деление по золотому сечению на те же 6 отрезков дает число различных между отрезками отношений, равное степени наименьшего члена, умноженное на 2.

Например при делении по убывающей прогрессии, дающей отрезки $M^0 = M^2 + M^3 + M^4 + M^5 + M^6 + M^5$ с меньшим членом M^6, получаются $6 \times 2 = 12$ различных отношений; при делении $M^0 = M^1 + M^4 + M^4 + M^6 + M^8 + M^9$ различных отношений будет $9 \times 2 = 18$.

в) деление на 6 отрезков между собою равных дает всего 3 различных отношения: 1; $\frac{1}{6}$ и 6; вообще при делении на любое количество равных между собою отрезков получается всего 3 различных отношения;

г) деление на 6 отрезков по повторному делению целого по среднеарифметической пропорции дает следующие отрезки: например $27 = 1 + 2 + 2 + 4 + 6 + 12$ или $6 \times 5 = 30$ различных отношений (включая, как и выше, отношения отрезков к целому);

д) деление на 10 отрезков дает:

1) при делении на отрезки произвольных размеров $11 \times 10 = 110$ различных отношений;

2) при делении по золотому сечению, приняв средний случай убывающей прогрессии золотого сечения, $10 \times 2 = 20$ различных отношений

$$M^0 = M^2 + M^3 + M^4 + M^5 + M^6 + M^7 + M^8 + M^9 + M^{10} + M^9;$$

3) при делении по среднеарифметической пропорциональной $81 = 9 + 6 + 12 + 6 + 4 + 8 + 4 + 8 + 8 + 16$ различных отношений $(7 \times 6 = 42)$ — 42;

4) при делении на равные части: $\frac{1}{1}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{10}{1}$ — три различных отношения.

Для большей наглядности приведем таблицу чисел равных отношений, получающихся при том или другом делении целого.

В данной таблице ясно выступает громадная разница числа разных отношений между отрезками целого, которая получается делением целого на отрезки произвольных размеров, делением по золотому сечению, по среднеарифметической пропорциональной и по делению на равные части.

Наибольшее число разных отношений получается при хаотическом делении на отрезки произвольных размеров.

Число отрезков, включая целое	Число различных отношений при всех разных размерах отрезков	Число различных отношений при золотом сечении	Экономия при золотом сечении	Число различн. отношен. при среднеарифм. делении	Экоцом. при средн. арифметич. делении	Число различных отношений при делении на равные части
1 + 2	3 × 2 = 6	4	30%	6	0%	3
1 + 6	7 × 6 = 42	6 × 2 = 12	70%	30	30%	3
1 + 10	11 × 10 = 110	10 × 2 = 20	80%	42	53%	3
1 + 15	16 × 15 = 240	15 × 2 = 30	92%			3
1 + 30	31 × 30 = 910	30 × 2 = 60	95%	72	92%	3

5 Г. Д. Гримм. 1362

Наименьшее число разных отношений получается при примитивном делении на равные части, не решающем пропорционального деления, но дающем примитивно-ритмическое решение деления целого, как то: в колоннадах, аркадах, расстояниях ряда оконных проемов и т. д.

Из делений на неравные части, самую большую и весьма резкую экономию разных отношений, доходящую до 90 и более процентов против деления на отрезки произвольных размеров, дает пропорциональное деление по золотому сечению.

Отсюда и следует указанное выше свойство золотого сечения, заключающееся в том, что при пропорциональном делении на неравные части, при делении его по золотому сечению получается наименьшее возможное число равных отношений между этими частями и целым, что и дает наилегчайшее восприятие этих отношений.

§ 10. Итоги исключительных свойств золотого сечения

Резюмируем вкратце все перечисленные выше выдающиеся свойства золотого сечения, выделяющие его из числа всех других возможных делений и ставящие его в этом отношении на первое место:

1. Одно золотое сечение решает полностью задачу пропорционального деления целого на неравные части, заключающегося в достижении гармоничного между ними и с целым отношения путем деления целого на такие две неравные части, из которых меньшая часть так относилась бы к большей как эта последняя к целому, и обратно — целое к большей своей части как большая к меньшей.

2. Одно золотое сечение из всех возможных делений целого дает постоянное отношение между целым и его частями; только в нем от основной величины, — от целого находятся в полной зависимости оба предыдущих члена, причем отношение их между собою и с целым не случайное, а постоянное отношение равное $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618...$ при всяком значении целого.

3. При делении целого золотым сечением на майор и минор, этот последний в свою очередь является большим отрезком вновь разделенного по золотому сечению первичного майор.

4. Деление по золотому сечению, один раз проделанное над основным целым, может быть продолжено путем откладывания каждый раз минор на майор и дает при этом непрерывный ряд золотых сечений производного порядка. Отношение же целого к любому члену производного его деления по золотому сечению равно соответствующей степени его майор.

5. Следствием п. 4 является дополнительное свойство золотого сечения, по которому постепенное деление целого по золотому сечению (высших порядков) дает геометрически убывающую прогрессию со знаменателем $M = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618...$ и каждый член этой прогрессии находится в отношении золотого сечения к его предыдущему и к его последующему члену.

6. Майор основного отрезка есть минор нового целого, состоящего из первоначального целого, сложенного с его майор.

7. На основании п. 5, прибавляя непрерывно к целому соответствующий ему майор, получаем геометрически возрастающую прогрессию с знаменателем $\frac{1}{M} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = 1{,}618...$

8. Сумма двух последовательных членов прогрессии золотого сечения равна предыдущему члену.

9. Разница двух последовательных членов прогрессии золотого сечения равна последующему члену.

10. Все перестановки отдельных членов, которые допускаются для всякой непрерывной геометрической пропорции, допустимы и для деления по золотому сечению.

11. Каждые три непосредственно расположенные друг за другом отрезка относятся между собой как майор к минор.

12. Деление по золотому сечению как первичное, так и высших порядков дает наименьшее возможное число разных отношений между отрезками целого, деленного на неравные части, и дает наилегчайшее восприятие этих отношений.

13. Постоянное отношение деления по золотому сечению 0,618..., выраженное со сравнительно незначительной погрешностью в приближенных целых малых числах 8 : 5; 5 : 3; 3 : 2 отвечает численным величинам консонантных интервалов октавы — уменьшенной сексты, сексты и квинты.

Деление целого на 8 и 5 частей дает отношение большего отрезка к целому, т. е. 8 : 13 = = 0,6154.

Деление целого на 5 и 3 части дает отношение большего отрезка к целому (т. е. 5 : 8) = 0,625.

Деление целого на 3 и 2 отрезка дает отношение большего отрезка к целому — 0,6.

14. Производное деление целого по золотому сечению. Золотое сечение высших порядков дает приближенное значение остальных консонантных звуков октавы (см. далее таблицу деления прямой по золотому сечению и по отношениям, отвечающим интервалам октавы).

Значение среднеарифметического пропорционального деления целого. Как выше было указано, основному тезису пропорционального деления целого, кроме золотого сечения, отвечает деление его на две неравные части, из которых больший отрезок настолько меньше целого, насколько меньший отрезок меньше большего.

Это деление сводится к определению среднеарифметической пропорциональной между целым и меньшим отрезком.

Алгебраически задача решается так: если данный отрезок обозначим a и большую часть x, то меньшая выразится $a - x$ и, согласно заданию, мы имеем пропорцию: $a - x = x - (a - x)$; отсюда $3x = 2a$ и $x = \frac{2}{3}a$; следовательно этому выражению удовлетворяет единственное решение: целое = 3, больший отрезок = 2 и меньший = 1, т. е. $3a = 2a + a$, откуда $3 - 2 = 2 - 1$.

Таким образом как среднегеометрическое, так и среднеарифметическое деление дают два единственных случая деления целого на части, пропорциональные между собой и с целым и в смысле этой исключительной согласованности оба решения одинаково равноценны. Однако в то время, как в первом из них дальнейшее деление целого на более мелкие пропорциональные между собой и с целым части может быть продолжено простым откладыванием постепенно минор на соответствующий ему майор, создавая этим систему пропорциональной связи между делениями целого „высших порядков“, по золотому сечению, схема деления по среднеарифметической пропорциональной обрывается на первом же делении целого. Вместе с тем среднеарифметическое пропорциональное деление значительно уступает золотому сечению в легкости восприятия отношений отрезков деленного целого.

В общем итоге приходится признать исключительно выдающееся свойство золотого сечения, которое не достигается ни среднеарифметическими пропорциональными, ни тем более другими делениями целого.

§ 11. Пропорциональный масштаб золотого сечения

Графически для деления целого на пропорциональные части, отвечающие последовательному делению его по золотому сечению, может служить пропорциональный масштаб. Для этой цели отрезок AB известным построением разделен на майор и на минор (таблица II, фигура 4). Далее на том же отрезке AB от точки A до H откладываем минор этого отрезка, равный GB и продолжаем таким же путем постепенно откладывать последовательно меньшие отрезки или минор на соответствующие им большие отрезки. AH — составляющий минор AB и следовательно равный BG откладываем на AG от точки A.

AI — минор AG, равный GH, на AH;
AK — минор AH, равный HI, на AI, и т. д.

Такими последовательными делениями отрезок AB разделен пропорционально по золотому сечению в точках G, H, I, K и т. д., причем, приняв целое равное AB, получаем майор его AG и минор BG или при целом AH — майор его AI и минор HI и т. д.

Считаясь с тем, что последовательное деление целого по золотому сечению дает геометрически-убывающую прогрессию с знаменателем равным майор, равным $M = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618...$, а последовательное прибавление майор к соответствующему ему целому дает возрастающую прогрессию со знаменателем $\frac{1}{M} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = 1{,}618...$, мы в дальнейших изложениях каждый последовательно-пропорциональный отрезок будем обозначать следующим образом:

приняв AB за целое . .	a		$= aM^0$
AG его майор .	$a \cdot M$		$= aM^1$
AH майор AG .	$a \cdot M \cdot M \cdot$		$= aM^2$
AI майор AH . .	$a \cdot M^2 \cdot M$		$= aM^3$

и приняв AH за целое . . b $= bM^0$
AI его майор . . $b\cdot M^1$ $= bM^1$
AG . . . . . . $b\cdot M^{-1}$ $= bM^{-1}$
AB . . . . . . $b\cdot M^{-1}\cdot M^{-1} = bM^{-2}$

Каждый последующий пропорциональный отрезок целого представляется в виде предыдущего члена, умноженного на знаменатель прогрессии золотого сечения на $M^1 = 0{,}618...$ для убывающей или на $M^{-1} = 1{,}618...$ для возрастающей прогрессии, причем все члены прогрессии будут соответствующими степенями M^1. Кроме того каждые три последовательных, непосредственно друг за другом расположенных, отрезка относятся между собой как целое к майор к минор.

При целом AB — майор — AG, минор BG
„ „ AH — майор — AI, минор HI и т. д.

Все точки на отрезке AB, а именно: A, B, G, H, I, K и т. д., полученные указанными выше делениями, соединяем прямыми с произвольно выбранной точкой E на прямой EA_1, перпендикулярной к AB, и продолжаем их до пересечения с прямой A_1B_1. В таком случае всякий перпендикуляр, восстановленный из любой точки, лежащей на прямой EA, и доведенный до пересечения с прямой EB, в свою очередь делится на пропорциональные части, подобные делению прямой AB, т. е. на части, отвечающие отношениям: M^1, M^2, M^3, M^4, M^5 и т. д. основного целого и этим путем получается пропорциональный масштаб для деления по схеме золотого сечения всех прямых, равных этим перпендикулярам, т. е. прямых, не превышающих своим размером отрезка A_1B_1. Наличие такого масштаба значительно облегчает практическую работу по установлению правильности принятых отношений проверяемого архитектурного целого.

Установленные пропорциональным масштабом данные, ввиду возможных неточностей чертежа, следует вслед затем проверять арифметически путем умножения основного исходного размера на соответствующую численную величину, отвечающую установленному по пропорциональному масштабу члену прогрессии золотого сечения.

В приведенной ниже таблице показаны численные величины, отвечающие отношениям отдельных членов геометрической убывающей и возрастающей прогрессии к основной исходной единице.

Таблица численных величин, отвечающих членам геометрической прогрессии золотого сечения

1. Численные величины убывающей прогрессии с знаменателем M^1, с точностью до 10 и трех знаков, т. е. с точностью до 0,0000000001 и до 0,001. Последняя в большинстве случаев дает практически достаточно точные решения.

$M^0 = 1{,}0000000000 = 1{,}000$
$M^1 = 0{,}6180339887 = 0{,}618$ $(0{,}618)$
$M^2 = 0{,}3819660113 = 0{,}382$ $(0{,}618^2)$
$M^3 = 0{,}2360679774 = 0{,}236$ $(0{,}618^3)$
$M^4 = 0{,}1458980339 = 0{,}146$ $(0{,}618^4)$
$M^5 = 0{,}0901699435 = 0{,}090$ $(0{,}618^5)$
$M^6 = 0{,}0557280904 = 0{,}056$ $(0{,}618^6)$
$M^7 = 0{,}0344418531 = 0{,}034$ (и т. д.
$M^8 = 0{,}0212862373 = 0{,}021$
$M^9 = 0{,}0131556158 = 0{,}013$
$M^{10} = 0{,}0081306215 = 0{,}008$
$M^{11} = 0{,}0050249943 = 0{,}005$
$M^{12} = 0{,}0031056272 = 0{,}003$
$M^{13} = 0{,}0019193671 = 0{,}002$
$M^{14} = 0{,}0011862601 = 0{,}001$

2. Численные величины возрастающей прогрессии с знаменателем $M^{-1} = \frac{1}{M} = 1{,}618...$

$$M^{-1} = \frac{1}{M} = \frac{1}{0{,}618} = 1{,}618$$
$$M^{-2} = \frac{1}{M^2} = \frac{1}{0{,}618^2} = 2{,}618$$
$$M^{-3} = \frac{1}{M^3} = \frac{1}{0{,}618^3} = 4{,}236$$
$$M^{-4} = \frac{1}{M^4} = \frac{1}{0{,}618^4} = 6{,}853$$
$$M^{-5} = \frac{1}{M^5} = \frac{1}{0{,}618^5} = 11{,}111$$
$$M^{-6} = \frac{1}{M^6} = \frac{1}{0{,}618^6} = 17{,}964$$

и т. д.

§ 12. Пропорциональное деление прямой по горизонтали и вертикали

Возможные комбинации деления прямой по золотому сечению. Деление прямой по золотому сечению сначала на две, а затем на три, четыре и более частей дает целый ряд разных возможных пропорциональных комбинаций, дает в общем итоге весьма гибкую схему пропорциональных делений отрезка прямой по золотому сечению.

1. Деление прямой на две пропорциональные по золотому сечению части дает только два решения: первое — когда майор целого, его больший отрезок M^1 составляет нижнюю, минор M^2 верхнюю часть целого; и второе — обратное, когда майор составляет верхнюю, минор нижнюю часть целого (таблица III, фигура 1),

$$M^0 = M^1 + M^2 \text{ и } M^0 = M^2 + M^1.$$

2. Но уже вторичное деление, в свою очередь, отдельно как большего, так и меньшего первоначального отрезка, на майор и минор дает целый ряд различных пропорциональных комбинаций деления целого на три части. Сюда же следует отнести деление прямой на три части таким образом, чтобы средняя его часть составляла больший отрезок, верхняя и нижняя вместе взятые меньший отрезок, в свою очередь, составляющих майор и минор меньшего отрезка (таблица III, фигура 2).

а) Исходным моментом деления целого на три части являются оба возможных деления прямой на две части, т. е.

$$M^0 = M^1 + M^2 \text{ и } M^0 = M^2 + M^1.$$

б) Делением одного майор M^1 на майор и минор на M^2+M^3 или на M^3+M^2 получаем три разных уравнения:

1) $M^0=M^2+M^3+M^2$;
2) $M^0=M^3+M^2+M^2$;
3) $M^0=M^2+M^2+M^3$.

в) Деление минор M^2 на майор и минор на M^3+M^4 или M^4+M^3 дает следующие четыре отношения:

4) $M^0=M^1+M^3+M^4$;
5) $M^0=M^1+M^4+M^3$;
6) $M^0=M^3+M^4+M^1$;
7) $M^0=M^4+M^3+M^1$.

г) Деление исходной прямой расположением майор M^1 в середине, а минор M^2 по бокам, с разделением этого последнего на M^3 и M^4:

8) $M^0=M^3+M^1+M^4$;
9) $M^0=M^4+M^1+M^3$.

3. Продолжая тем же путем пропорциональное деление, получаем широкую возможность пропорциональных комбинаций деления целого на 4, 5 и 6 и более пропорциональных между собою частей (таблица III, фигура 3).

Так, при делении на 4 части каждый из девяти предыдущих случаев деления на три части может дать до (3 × 2) шести различных комбинаций, а все девять случаев дадут до (6 × 9)=54 новых разных случаев деления прямой по золотому сечению на 4 части, причем часть их, конечно, будет повторная.

а) Разделив в первой из перечисленных выше комбинаций пропорционального деления целое на три части, в уравнении $M^0=M^2+M^3+M^2$ как M^2, так и M^3 на майор и минор, получаем следующие шесть случаев:

1) $M^0=M^3+M^4+M^3+M^2$;
   $M^0=M^4+M^3+M^3+M^2$;
2) $M^0=M^2+M^4+M^5+M^2$;
   $M^0=M^2+M^5+M^4+M^2$.
3) $M^0=M^2+M^3+M^3+M^4$;
   $M^0=M^2+M^3+M^4+M^3$.

б) Делением во втором и третьем уравнении так же, как M^2, так и M^3 на майор и минор получаются следующие случаи различных перемещений:

Для уравнения $M^0=M^3+M^2+M^2$:

1) $M^4+M^5+M^2+M^2$;
   $M^5+M^4+M^2+M^2$.
2) $M^3+M^3+M^4+M^2$;
   $M^3+M^4+M^3+M^2$ (повторн.).
3) $M^3+M^2+M^3+M^4$;
   $M^3+M^2+M^4+M^3$.

Для уравнения $M^0=M^2+M^2+M^3$:

1) $M^3+M^4+M^2+M^3$;
   $M^4+M^3+M^2+M^3$.
2) $M^2+M^3+M^4+M^3$ (повторн.);
   $M^2+M^4+M^3+M^3$.
3) $M^2+M^2+M^4+M^5$;
   $M^2+M^2+M^5+M^4$.

Из всех приведенных 18 случаев получаются 16 разных комбинаций и два повторных случая, а именно:

$$M^3+M^4+M^3+M^2 \text{ и } M^2+M^3+M^4+M^3.$$

в) Таких же шесть случаев дает постепенное деление M^2 и M^3 на майор и минор по золотому сечению в каждой из остальных шести перечисленных выше комбинаций деления прямой на три пропорциональные части.

Таким образом уже деление на четыре пропорциональные части может дать до 50 случаев возможных разных комбинаций деления прямой, причем выбор той или другой комбинации с полным или частичным делением целого зависит, в каждом отдельном случае, от требований основной композиции.

4. Из разных возможных комбинаций пропорционального деления основной прямой на любое количество пропорциональных между собою частей следует указать на следующие основные приемы:

а) Примитивное постепенное деление по принципу, указанному в вышеприведенных первых семи случаях деления прямой на три пропорциональные части, как то: $M^0=M^1+M^2=M^2+M^3+M^2$ (таблица III, фигура 4).

б) Деление прямой на майор и минор, путем постановки майор в середине, а минор с двух сторон майора (таблица III, фигура 5):

1) путем деления минор пополам (таблица III, фигура 5)

$$M^0=\frac{1}{2}M^2+M^1+\frac{1}{2}M^2;$$

2) путем пропорционального деления минор в свою очередь на майор и минор

$$M^0=M^3+M^1+M^4 \text{ или } M^4+M^1+M^3.$$

в) Деление прямой на майор и минор путем постановки минор в середине, а майор с двух сторон минора:

1) путем деления майор пополам:

$$M^0=\frac{1}{2}M^1+M^2+\frac{1}{2}M^1;$$

2) путем пропорционального деления майор в свою очередь на майор и минор

$$M^0=M^2+M^2+M^3 \text{ или } M^3+M^2+M^2.$$

г) Деление прямой по убывающей прогрессии золотого сечения (таблица III, фигура 4).

$$M^0=M^2+M^3+M^4+\ldots+M^{\infty}.$$

д) Построение к основной прямой возрастающей прогрессии золотого сечения

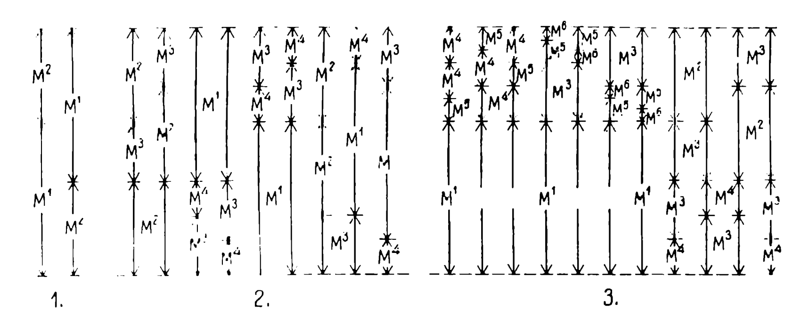
$$M^0+M^{-1}+M^{-2}+M^{-3}\ldots\ldots+M^{-\infty}.$$

е) Деление прямой, принимая симметрическую ось с пропорциональным делением каждой стороны прямой, расположенной по ту и другую сторону оси симметрии:

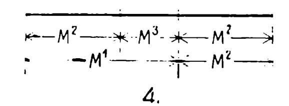
$$M^0=\frac{1}{2}M^0+\frac{1}{2}M^0=\frac{1}{2}M^1+\frac{1}{2}M^2+\frac{1}{2}M^2+\frac{1}{2}M^1$$

или, принимая $\frac{1}{2}M^0$ равным новому целому, по-

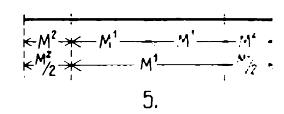
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ ПРЯМОЙ



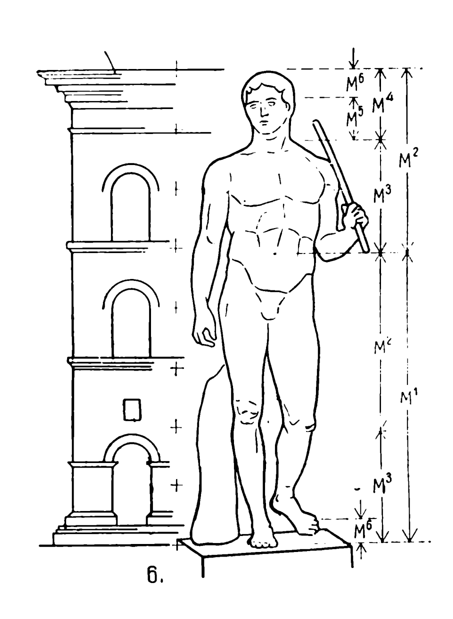
1. 2. 3.



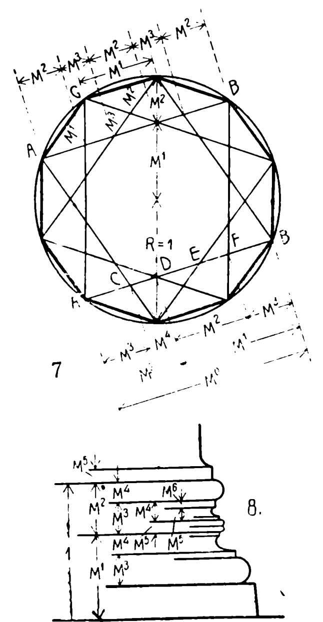
4.



5.



6.



7

8.

лучаем отношение

$$M^2 + M^1 + M^1 + M^2$$

(таблица III, фигура 5).

ж) Производное пропорциональное деление с пропуском того или иного промежуточного члена прогрессии, считаясь с возможностью уловить глазом пропущенное деление, например:

$$M^0 = M^1 + (M^0 - M^3).$$

з) К основной прямой M^0 придать не майор, дающий последующий член возрастающей прогрессии M^{-1}, а другой член геометрической прогрессии золотого сечения M^2, M^3, $M^0 + M^3$, $M^0 - M^4$ и т. п.

§ 13. Примеры линейной пропорциональности

Статуя Дорифора. Примером пропорционального по золотому сечению деления в таблице III (фигура 6) приведены основные пропорциональные отношения общепризнанной знаменитой статуи Дорифора Поликлета, установившего на ней, по преданию, первый греческий канон человеческой фигуры по греческой схеме пропорциональности, основанной на других принципах, не на схеме золотого сечения; тем не менее, интуитивно достигнутая связь с золотым сечением несомненна. В самом деле: а) первый раздел целой фигуры или полной ее высоты M^0 на майор и минор на M^1 и M^2 проходит через пупок, отвечающий в костяке человека разделу поддерживающих и поддерживаемых его частей; б) второй раздел верхней поддерживаемой части туловища и головы проходит через шею, естественное деление этих последних, и т. д. (таблица I, фигура 5). Подробно деление по золотому сечению на ряде греческих статуй развито Цейзингом, в упомянутом выше его труде.

Параллельно с приведенным делением по золотому сечению намечено деление этой же статуи на 8 равных частей, по всему вероятию отвечающим греческому канону, на который и указывает Витрувий.

На этом же чертеже, на фоне фигуры Дорифора показан фасад дворца Пикколомини в Сиене Бернарда Росселини, основные членения которого в значительной степени соответствуют вышеуказанным членениям как человеческой фигуры, так и делениям по золотому сечению.

Пример соответствия с золотым сечением правильного десятиугольника и пятиугольника. В качестве другого интересного примера линейного деления по золотому сечению приведена геометрическая фигура — правильный вписанный в круг десятиугольник и правильный звездчатый десятиугольник (таблица III, фигура 7).

Сторона вписанного правильного десятиугольника составляет майор — больший отрезок радиуса круга; сторона правильного звездчатого десятиугольника минор — меньший его отрезок, а десять прямых, образующих вписанный правильный звездчатый десятиугольник, дают в своих пересечениях ряды пропорциональных делений по золотому сечению.

Так, любая из них, например AB в точках пересечения D и E разделена по золотому сечению на:

а) AB целое $= M^0$
$AE = BD =$ майор $AB = M^1$
$AD = EB =$ минор $AB = M^2$,

откуда

$DE = AE - AD \qquad = M^3$.

б) AD в точке C, а EB в точке F разделены:
AD — целое и EB — целое $= M^2$
AC — майор AD и FB — майор $EB = M^3$
CD — минор AD и EF — минор $EB = M^4$.

в) Вся прямая $AB = M^0 = M^1 + M^2 = M^2 + M^3 + M^2 = M^3 + M^4 + M^3 + M^4 + M^3$.

Полученный во внутренних пересечениях прямых, образующих звездчатый десятиугольник, новый десятиугольник со стороной DE, равной меньшему отрезку — минор радиуса $= M^2$, в своих вершинах D, E и т. д. делит радиус круга по золотому сечению на больший и меньший отрезок, а вписанный в него вновь правильный звездчатый десятиугольник дает в свою очередь такие же пропорциональные деления в пересечениях образующих его прямых, как и первый, вписанный в основной круг десятиугольник, причем сторона его будет равной M^3 и т. д.

Такая же непрерывная связь пропорциональных отношений по золотому сечению получается во всех пересечениях, образующих правильный звездчатый пятиугольник, в пентаграмме. В ней стороны правильного пятиугольника составляют майор, а стороны звездчатого пятиугольника минор образующих звездчатый пятиугольник прямых.

Пример пропорционального деления базы колонны римско-коринфского ордера. Наконец третьим примером линейного деления приведено деление по вертикали римско-коринфской базы с показанием постепенного деления ее высоты по золотому сечению — сперва на основные, а затем и на второстепенные части (таблица III, фигура 8).

$$M^0 = M^1 + M^2 = M^3 + M^2 + M^3 + M^4 = M^3 + M^3 + M^4 + M^5 + M^4 + M^4.$$

§ 14. Пропорциональное согласование площадей прямоугольников

Разбор в предыдущем изложении вопроса решения деления прямой по пропорциональной схеме золотого сечения, однако не разрешает еще полностью установления пропорциональности архитектурного целого. В архитектурном памятнике мы имеем дело столько же с делением прямой на пропорциональные части по вертикали и по горизонтали, сколько с взаимоотношениями площадей и объемов.

Для удовлетворения изложенных при разборе пропорционального деления прямой условий для получения наиболее совершенного сочетания двух площадей между собой, для деления площади на такие неравные площади, чтобы их отношение между собой было то же, что и отношение их к целому, необходимо решить задачу деления основной площади на две неравные площади, из

которых большая во столько раз менее основной площади, во сколько меньшая менее большей.

Математическое решение этой задачи находится в зависимости от самой конфигурации площади, которая в архитектурном памятнике чаще всего представляет собой прямоугольник.

Пропорциональное согласование прямоугольника и квадрата. Для прямоугольников задача решается следующим образом. Задавшись сторонами основного прямоугольника a и b, определяем стороны искомого прямоугольника x и y из формулы:

$$ab : xy = xy : (ab - xy),$$

откуда получаем:

$$xy = 0{,}618ab = M^1ab.$$

Приняв в означенной формуле любой размер для одной из сторон искомого прямоугольника, легко вычислить по ней размер другой; однако для полной согласованности по золотому сечению необходимо, чтобы, кроме пропорциональности площадей между собою, и стороны их также были между собою пропорциональны, т. е. чтобы как a и b так и x и y были членами одной геометрической прогрессии золотого сечения с общим знаменателем $M^1 = 0{,}618$.

а) Так, при делении по золотому сечению основного квадрата, площадью a^2M^0, со сторонами равными a, на майор и минор, на два пропорциональных прямоугольника, принимаем в формуле

$$ab : xy = xy(ab - xy)$$

одну из сторон искомых прямоугольников равной стороне основного квадрата $x = a$; в таком случае получаем уравнение (таблица IV, фигура 1):

$$a^2 : ay = ay : (a^2 - ay);$$
$$ay = M^1a^2;$$
$$y = M^1a, \text{ при } x = a.$$

Следовательно, площадь, равная майор площади основного квадрата, будет равна:

$$ay = M \cdot a \cdot a = Ma^2,$$

а площадь минор основного квадрата:

$$a^2 - ay = a^2 - a^2M^1 = a^2M^2.$$

Таким образом деление исходного квадрата площадью a^2 на майор и минор дает:

1) прямоугольник, равный майор основного, площадью a^2M^1, со сторонами a и aM^1 и

2) прямоугольник, равный минор основной площади a^2M^2, со сторонами a и aM^2.

б) Продолжая деление основного квадрата по схеме золотого сечения путем постепенного дальнейшего деления его на пропорциональные части высших порядков, получаем (таблица IV, фигура 2):

1) деление площади прямоугольника a^2M^1 в свою очередь на майор и минор дает

для майор $M^1a^2M^1a = a^2M^2$,
для минор $M^2a^2M^1 = a^2M^3$;

принимая основание искомого прямоугольника равным aM^1 высота его y для площади майор aM^1 получится из уравнения:

$$y = \frac{a^2M^2}{aM} = aM^1,$$

и высота z для минор из уравнения:

$$z = \frac{a^2M^3}{aM} = aM^2;$$

2) деление площади прямоугольника a^2M^2 в свою очередь на майор и минор дает:

для майор $M^1 \cdot a^2M^2 = a^2M^3$;
для минор $M^2 \cdot a^2M^2 = a^2M^4$;

принимая основание искомых прямоугольников aM^2, получаем высоты y и z для площади майор из уравнения $y = \frac{a^2M^3}{aM^2}$, откуда $y = aM^1$, а для площади минор $z = \frac{a^2M^4}{aM^2} = aM^2$.

в) Поступая тем же приемом при постепенном делении по вертикали прямоугольника площадью M^1, с основанием M^1 и высотой M^0, на пропорциональные части, получаем последовательное деление основания на:

1) $M^1 = M^2 + M^3$, причем соответствующие площади прямоугольника будут:

$$M^2 \cdot M^0 = M^2 \text{ и } M^3 \cdot M^0 = M^3;$$

2) дальнейшее деление майор основания M^1 на $M^3 + M^4$ дает соответствующие площади для прямоугольника с основанием $M^3 - M^3 \cdot M^0 = M^3$, для прямоугольника с основанием M^4:

$$M^4 \cdot M^0 = M^4;$$

3) продолжение деления основания M^3 на M^4 и M^5 и M^4 на $M^5 + M^6$ дает при вертикальном делении, при высотах равных M^0 площади прямоугольников соответственно M^4, M^5 и M^6 (таблица IV, фигура 3).

г) Для постепенного горизонтального деления такого же прямоугольника с основанием M^1 и высотой M^0 на пропорциональные части, получаем:

1) высоту $M^0 = M^1 + M^2$; причем соответствующие им площади прямоугольников будут $M^1 \cdot M^1 = M^2$ и $M^1 \cdot M^2 = M^3$ (таблица IV, фигура 4);

2) деление высоты M^2 на $M^3 + M^4$, а M^4 на $M^5 + M^6$ при том же основании M^1 дает площади прямоугольников:

$$M^1 \cdot M^3;\ M^1 \cdot M^4 \text{ и } M^1 \cdot M^5, \text{ т. е. площади:}$$
$$M^4,\ M^5 \text{ и } M^6.$$

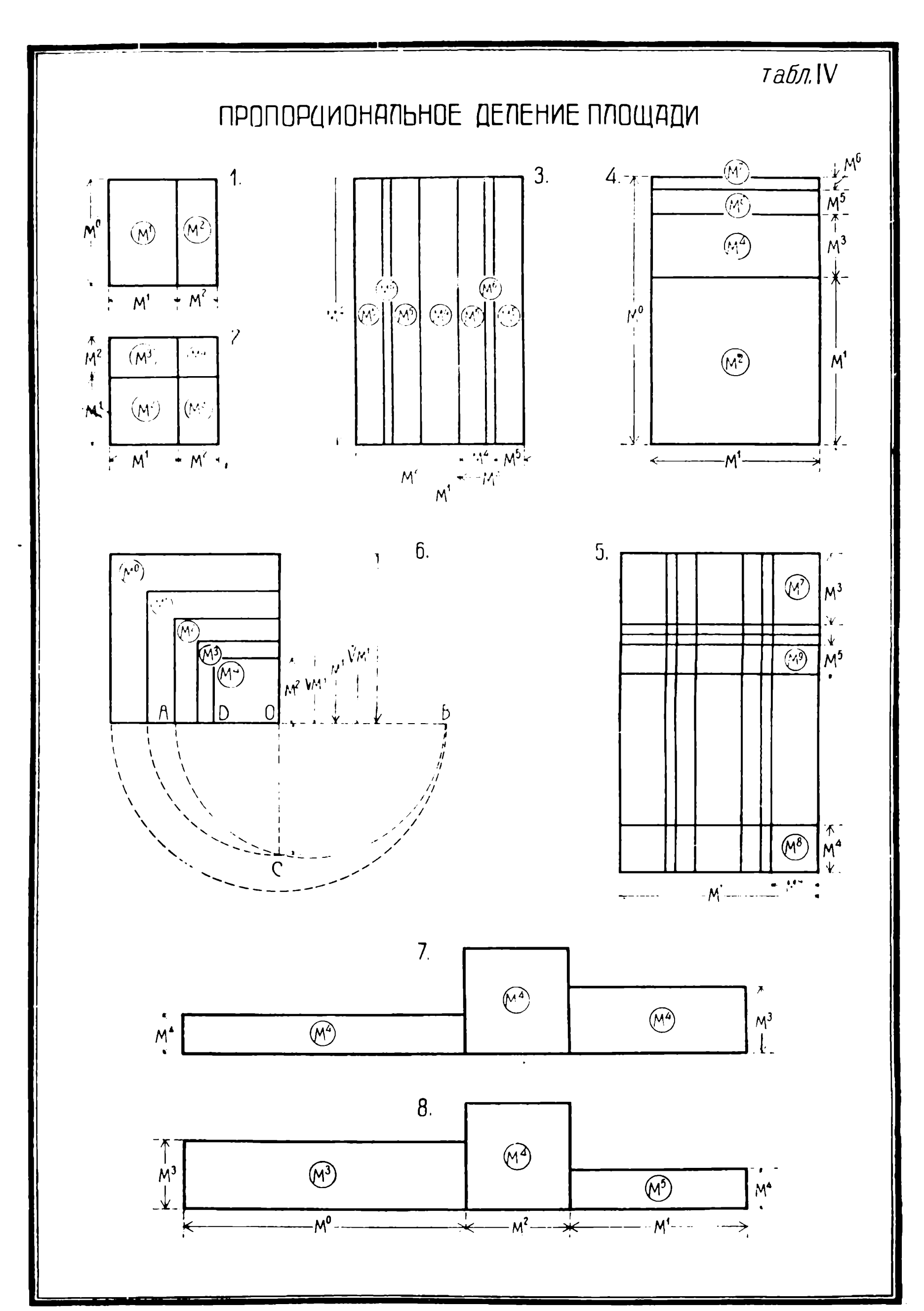
д) На таблице IV, фигура 5, показан пример пропорционального деления прямоугольника с основанием M^1 и высотой M^0 постепенным делением как его основания, так и его высоты, т. е. делением его в вертикальном и горизонтальном направлении, причем площадь исходного прямоугольника с основанием M^1 и высотой M^0 равна

$$M^1 \cdot M^0 = M^1.$$

Площадь прямоугольника с основанием M^4 и высотой $M^4 = M^{4+4} = M^8$.

Площадь прямоугольника с основанием M^4 и высотой $M^5 = M^{4+5} = M^9$ и т. д.

На основании вышеизложенного выясняется широкая возможность разных пропорциональных комбинаций, которые могут быть достигнуты при делении площадей прямоугольников по золотому сечению. Почти неограниченная возможность раз-


Табл. IV
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
A
D
O
Б
C

ных пропорциональных по золотому сечению комбинаций деления как основания, так и высоты дает такое же неограниченное количество возможных вариантов деления всей площади.

Однако в архитектуре мы встречаемся чаще всего не с простым пропорциональным делением площади, а с согласованием между собой отдельных самостоятельных площадей, пропорционально связанных между собой.

Примеры пропорционального согласования архитектурных фасадных площадей. Примеры таких архитектурных комплексов, состоящих из ряда друг с другом пропорционально уравновешенных прямоугольников и квадратов, приведены на таблице IV, фигуры 7 и 8, и таблице VI, фигуры 1—10.

1. Для пропорционального согласования трех площадей, составляющих одно архитектурное целое (таблица VI, фигура 1):

а) основание, как целое, M^0 разделено по золотому сечению на больший и меньший отрезок на майор и минор, на M^1 и M^2;

б) майор M^1 в свою очередь разделен на майор и минор на M^2 и M^3;

в) общая высота принята для всех трех площадей равной M^4;

г) при этих условиях площади прямоугольников равны

$$M^2\cdot M^4 = M^{2+4} = M^6 \text{ и } M^3\cdot M^4 = M^{3+4} = M^7;$$

д) отношение площадей то же, что и отношение оснований

$$M^2 : M^3 : M^2 = M^6 : M^7 : M^6 = 1 : 0{,}618 : 1,$$

т. е.

майор : минор : майор.

2. При той же разбивке основания, но при разных высотах отношения между прямоугольниками меняются, оставаясь пропорционально согласованными (таблица VI, фигура 2):

а) основание как выше — $M^2 : M^3 : M^2$;

б) высоты — M^4 и M^5;

в) площади прямоугольников: $M^2\cdot M^4 = M^6$; $M^3\cdot M^4 = M^7$ и $M^2\cdot M^3 = M^5$ . . . . отсюда

г) отношение оснований как выше:

$M^2 : M^3 : M^2$ как майор к минор к майор;

д) отношения же площадей другие:

$$M^6 : M^7 : M^5 = 0{,}618 : 0{,}382 : 1 = M \text{ к } m : S,$$

т. е. майор : минор : целому.

3. Таблица VI, фигура 3, дает также согласование архитектурного целого, состоящего из трех прямоугольных площадей, при условии иного линейного деления его основания.

Основание, как целое, разделено по золотому сечению, причем майор расположен в середине, минор разбит по бокам на две равные части; при этом условии и одинаковой высоте $= M^4$ отношения оснований $\frac{1}{2}M^2 : M^1 : \frac{1}{2}M^2$ равно, как выше, отношение площадей $\frac{1}{2}M^6 : M^5 : \frac{1}{2}M^6 = 0{,}309 : 1 : 0{,}309$ . . .

4. Таблица VI, фигура 4, при той же пропорциональной разбивке оснований, но при разных высотах прямоугольников M^1 и $2M^5$ получаются площади: средняя

$$M^1\cdot M^4 = M^5,$$

боковые

$$\frac{1}{2} M^2\cdot 2M^5 = M^7,$$

т. е. при отношениях оснований

$$\frac{1}{2} M^2 : M^1 : \frac{1}{2} M^2 = \frac{1}{2} \text{ майор} : \text{целому} : \frac{1}{2} \text{ майор} = 0{,}309 : 1 : 0{,}309$$

отношения площадей

$$M^7 : M^5 : M^7 = M^2 : M^0\ M^2 = \text{минор} : \text{целому} : \text{минор} = 0{,}382 : 1 : 0{,}382.$$

5. Для пропорционального согласования пяти площадей, составляющих одно архитектурное целое (таблица VI, фигура 5):

а) основание, как целое M^0, разделено по золотому сечению постепенными делениями:

M^0 разделено на . . . . M^1 и M^2,
M^1 разделено на . . . . . M^2 и M^3,
M^2 как целое разделено на M^3 и M^4;

б) приняв общую высоту для всех прямоугольников равную M^4, получаем площади:

$$M^3\cdot M^4 = M^{3+4} = M^7 \text{ и } M^4\cdot M^4 = M^8;$$

в) отношение площадей

$$M^7 : M^8 : M^7 : M^8 : M^7$$

равно отношениям сторон

$$M^3 : M^4 : M^3 : M^4 : M^3$$

майор : минор : майор : минор : майор = =1 : 0,618 : 1 : 0,618 : 1

6. На таблице IV, фигура 7 и 8, представлены два архитектурных комплекса, в которых основания составляют сумму трех членов схемы золотого сечения $M^0 + M^2 + M^1$ без общей их сводки к единому целому. К тому же $M^0 = M^2 + M^1$, что дает уловимое глазу нежелательное деление целого на две равные, вместе с тем несимметричные части. Высоты их M^2 и M^3 и M^4 составляют отношение $S : M : m$, что на фигуре 7 приводит к равенству отношения площадей их между собой:

$$M^0\cdot M^4 = M^4;\ M^2\cdot M^2 = M^4 \text{ и } M^1\cdot M^3 = M^4.$$

На фигуре 8 получаются при этих высотах отношения площадей $M^3 : M^4 : M^5$, так же не вполне удачно согласованных, как и их основания:

$$M^0\cdot M^3 = M^3;\ M^2\cdot M^2 = M^4 \text{ и } M^1\cdot M^4 = M^5$$

$$M^3 : M^4 : M^5 = M^0 : M^1 : M^2 = \text{целое} : \text{майор} : \text{минор}.$$

7. Более сложный архитектурный комплекс представлен на таблице VI, фигура 7, пропорционально согласованный в своем основании, в своих высотах и площадях:

а) основание:

$$M^0 = M^2 + M^1 = M^2 + M^2 + M^3 = M^2 + M^2 + M^4 + M^5 = M^2 + M^4 + M^3 + M^4 + M^5;$$

б) высоты:

$$M^4,\ M^5 \text{ и } M^0 = S : M : m;$$

в) площади:

$$M^2 \cdot M^6 = M^7;\ M^4 \cdot M^4 = M^8;\ M^2 \cdot M^5 = M^7,$$

что в свою очередь составлено из:

$$M^3 \cdot M^5 = M^8 \text{ и } M^4 \cdot M^6 = M^9,$$

и наконец

$$M^5 \cdot M^6 = M^{11};$$

г) на этом же чертеже имеются две дополнительные площади

$$M^5 \cdot M^6 = M^{11} \text{ и } M^6 \cdot M^5 = M^{11}.$$

8. Таблица VI, фигура 9 дает также сложное архитектурное целое с пропорционально согласованными основанием и высотами:

а) Основание:

$$M^0 = M^1 + M^2 = M^2 + M^3 + M^2 = M^2 + \\ + \frac{1}{2} M^6 + M^4 + \frac{1}{2} M^5 + M^2;$$

б) высоты:

$$M^1 = M^2 + M^3 = M^2 + M^4 + M^5 = \\ = M^4 + M^3 + M^4 + M^5;$$

в) отношения главных масс оснований

$$M^2 : M^3 : M^2 = \text{майор} : \text{минор} : \text{майор};$$

г) площади основных масс:

$$M^2 \cdot M^4 = M^6 \text{ и } M^3 \cdot M^1 = M^4,$$

откуда

$$M^6 : M^4 : M^6 \text{ минор к целому к минор.}$$

Разобранные здесь случаи согласования архитектурного целого, состоящего из суммы составных частей, представляют собой лишь единичные примеры неограниченного количества возможных в этом направлении комбинаций.

§ 15. Пропорциональное согласование площадей подобных прямоугольников

В приведенных выше примерах пропорционального деления прямоугольников и квадратов мы считались исключительно с условием построения пропорциональных между собой площадей со сторонами также пропорциональными сторонам основной фигуры, получая при этих условиях дополнительную согласованность площадей, в некоторых случаях между собой подобных.

Выдвинув же основным требованием деление исходной фигуры на непрерывный ряд пропорциональных по схеме золотого сечения и вместе с тем подобных между собой площадей, получаем ряд разных новых возможных комбинаций пропорционального деления площади, а именно:

а) Деление квадрата со сторонами $M^0 = 1$, площадью $M^0 = 1$ на непрерывный по схеме золотого сечения ряд пропорциональных между собой квадратов решается по общей формуле золотого сечения.

б) Квадрат, площадь которого равна M^1 площади основного квадрата, т. е. его майор

$$x^2 = M^1 \cdot M^0,$$

откуда сторона его

$$x = \sqrt{M^1} = \sqrt{0{,}618}.$$

в) Квадрат, площадь которого равна M^2 площади основного квадрата, т. е. его минор $x^2 = M^2$, причем сторона его $x = \sqrt{M^2} = M^1$ и т. д.

Так же как нами выше, при решении линейных пропорций, была представлена таблица численных величин, отвечающих членам геометрической прогрессии золотого сечения со знаменателем M^1 и M^{-1}, приведем такую же таблицу для определения сторон квадратов и прямоугольников.

Таблица численных величин, отвечающих членам геометрической прогрессии золотого сечения для сторон квадратов и прямоугольников

1. Численные величины убывающей прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$ для линейных размеров площадей при отношениях их площадей $= M$.

Отношения площадей квадратов (по геометрической прогрессии с знаменателем M^1)	Отношения сторон их (по геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$)
$M_0 = 1{,}000$	$\sqrt{M^0} = \sqrt{1{,}000} = 1{,}000$
$M^1 = 0{,}618$	$\sqrt{M^1} = \sqrt{0{,}618} = 0{,}786153..$
$M^2 = 0{,}382$	$\sqrt{M^2} = \sqrt{M^1} = 0{,}618$
$M^3 = 0{,}236$	$\sqrt{M^3} = \sqrt{0{,}236} = 0{,}486$
$M^4 = 0{,}146$	$\sqrt{M^4} = \sqrt{M^2} = 0{,}382$
$M^5 = 0{,}090$	$\sqrt{M^5} = \sqrt{0{,}09} = 0{,}300$
$M^6 = 0{,}056$	$\sqrt{M^6} = \sqrt{M^3} = 0{,}236$
$M^7 = 0{,}034$	$\sqrt{M^7} = \sqrt{0{,}034} = 0{,}185$

2. Численные величины возрастающей прогрессии

с знаменателем $\sqrt{M^{-1}} = \frac{1}{\sqrt{M}}$:

$M^0 = 1{,}000$	$\sqrt{M^0} = 1 = 1{,}000$
$M^{-1} = 1{,}618$	$\sqrt{M^{-1}} = \sqrt{1{,}618} = 1{,}272$
$M^{-2} = 2{,}618$	$\sqrt{M^{-2}} = M^{-1} = 1{,}618$
$M^{-3} = 4{,}236$	$\sqrt{M^{-3}} = \sqrt{4{,}236} = 2{,}058$
$M^{-4} = 6{,}853$	$\sqrt{M^{-4}} = M^{-2} = 2{,}618$

Из всего вышеизложенного следует, что:

а) площади пропорциональных квадратов составляют геометрическую прогрессию золотого сечения с знаменателем $M^1 = 0{,}618$;

б) стороны этих квадратов дают геометрическую прогрессию с знаменателем

$$\sqrt{M^1} \text{ и } \sqrt{\frac{1}{M^1}} = 0{,}786153\ .\ .\ . \text{ и } 1{,}272.$$

Таким образом:

а) площади пропорциональных квадратов при делении по золотому сечению составляют геометрическую прогрессию золотого сечения с знаменателем $M^1 = 0{,}618$;

б) стороны этих квадратов дают геометрическую прогрессию золотого сечения с знаменателем

$$\sqrt{M^1} = 0{,}786;$$

в) этот последний ряд представляет собой двойной ряд геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M^1, а именно:

1) квадратам площадей M^0, M^2, M^4, M^6 и т. д. отвечают отношения сторон по геометрической прогрессии золотого сечения с основанием M^0 и с знаменателем M^1 $M^1 : M^2 : M^3 : M^4$ и т. д.;

2) квадратам площадей M^1, M^3, M^5, M^7 и т. д. отвечают отношения сторон по геометрической прогрессии золотого сечения с основанием $\sqrt{M^1}$ и знаменателем M^1 $\sqrt{M^1} : \sqrt{M^3} : \sqrt{M^5} : \sqrt{M^7}$ и т. д.

Геометрическое построение квадрата, равного майор и минор основного квадрата. 1. Для геометрического построения квадрата, равного майор основного квадрата a^2 заметим следующее:

а) площадь основного квадрата a^2;

б) майор основного квадрата a^2M^1;

в) сторона такого квадрата

$$\sqrt{a^2M} = a\sqrt{M} = a\sqrt{0{,}618};$$

г) построение стороны этого квадрата сводится к известному в геометрии построению средней геометрически пропорциональной между 0,618 и 1,000, а именно (таблица IV, фигура 6):

на стороне a основного квадрата a^2 откладываем ее майор $AO = 0{,}618\,a$. От O откладываем на продолжении прямой AO — прямую $OB = a = 1$. На прямой $AO + OB$, как на диаметре, чертим круг. В точке O, делящей диаметр круга AB на части 0,618 и 1,000, восстанавливаем перпендикуляр до пересечения с окружностью круга в точке C; этот перпендикуляр и будет равен $\sqrt{AO}$, так как $AO : OC = OC : OB$, откуда $OC^2 = AO \cdot OB$, и далее

$OC = \sqrt{AO \cdot OB} = \sqrt{0{,}618 \cdot 1} = \sqrt{0{,}618} = 0{,}786\ \ldots$, что и отвечает стороне искомого квадрата; затем из точки O радиусом OC вычерчиваем окружность до пересечения с основанием исходного квадрата, получая таким образом на нем сторону $a\sqrt{M}$ квадрата равного майор исходного квадрата a^2, т. е. сторону квадрата площадью a^2M, что и отвечает заданию — площадь квадрата $0{,}618a^2$, сторона его $\sqrt{0{,}618}a = 0{,}768a$.

2. Для построения квадрата, равного минор основного квадрата a^2, заметим, что:

а) площадь квадрата, равная минор основного квадрата, $a^2 = a^2M^2 = 0{,}382a^2$; следовательно

б) сторона квадрата равна минор основного квадрата $\sqrt{a^2M^2} = aM = 0{,}618a = AO$.

Из этих построений ясно дальнейшее построение геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$ при дальнейшем делении основного квадрата и построение постепенного ряда пропорциональных между собой по золотому сечению квадратов.

Построение пропорциональных и вместе с тем подобных прямоугольников. 1. Так же как построение квадрата, решается и построение прямоугольника, равного майор основного прямоугольника, с основанием M^1 и высотой M^0, т. е. прямоугольника площадью $M^0 \cdot M^1 = M^1$ и подобного ему.

а) Площадь основного прямоугольника $M^0 \cdot M^1 = M^1$.

б) Для прямоугольника площадью равного его майор принимаем основание равным x, а высоту равной y (таблица V, фигура 2).

в) Площадь искомого прямоугольника будет равна:

$$xy = M^1 \cdot M^1 = M^2.$$

г) Для подобия двух прямоугольников, основного и искомого, составляющего вместе с тем его майор, отношение сторон их должно выражаться уравнением:

$$M^0 : y = M^1 : x,$$

откуда $x = M^1y$ и далее

$$xy = M^2;$$

подставляя значение x, получаем:

$$M^1y^2 = M^2 \text{ и } y^2 = \frac{M^2}{M^1} = M^1,$$

откуда основание $x = M^1\sqrt{M^1}$, высота $y = \sqrt{M^1}$, а площадь $xy = M^1\sqrt{M^1} \cdot \sqrt{M^1} = M^2$, что отвечает заданию.

2. Далее для построения прямоугольника, равного майор этого второго прямоугольника площадью M^2 и подобного ему, принимаем основание равным s и высоту равной t, причем площадь искомого треугольника будет

$$st = M^1 \cdot M^2 = M^3.$$

Отношение сторон этого прямоугольника, как выше, должно отвечать уравнению:

$$\sqrt{M^1} : t = M^1\sqrt{M} : s,$$

откуда

$$s = M^1t.$$

Подставляя значение для s в уравнение, выражающее площадь прямоугольника $st = M^3$, получаем

$$M^1 \cdot t \cdot t = M^1t^2 = M^3,$$

откуда

$$t^2 = \frac{M^3}{M^1} = M^2.$$

Высота искомого прямоугольника $t = \sqrt{M^2} = M^1$.

Основание его $s = M^1t = M^1 \cdot M = M^2$ и т. д.

Следовательно, для прямоугольников, подобных и пропорциональных по золотому сечению между собой, и к исходному прямоугольнику, с основанием M^1 и высотой M^0, получаем следующие ряды пропорциональных отношений:

	Основание прямоугольника	Его M'	Его M^2	Его M^3	Его M^4
Площади прямоугольников . .	M^1	M^2	M^3	M^4	M^5
Основания их . .	M^1	$M^1\sqrt{M}$	M^2	$M^2\sqrt{M^1}$	M^3
Высоты их . . .	M^0	$\sqrt{M^1}$	M^1	$M\sqrt{M^1}$	M^2

Площади составляют ряд членов прогрессии золотого сечения с знаменателем M^1, а соответствующие им высоты и основания — ряды членов прогрессии золотого сечения с знаменателем $\sqrt{M^1}$.

Таким образом для исходного прямоугольника площадью M^2 с основанием M^0, а высотой M^2 (таблица V, фигура 3) получим следующие ряды прогрессии:

	Основание прямоугольника	Его M^1	M^2 основного	M^3 основного	M^4 основного
Площадь прямоугольников . .	M^2	M^3	M^4	M^5	M^6
Основания их . .	M^0	$\sqrt{M^1}$	M	$M\sqrt{M}$	M^2
Высоты их	M^2	$M \cdot \sqrt{M^1}$	M^3	$M^3\sqrt{M}$	M^4

3. Геометрическое построение пропорционального по схеме золотого сечения ряда квадратов, из которых каждый последующий составляет майор предыдущего, показано на таблице V, фигура 1.

1) Исходный квадрат $AFLV$.

2) Для построения квадрата, составляющего его айор, на полуосновании его AO откладываем OB первый член геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем $\sqrt{M^1}$ согласно вышеизложенному способу его построения.

3) Вершину F стороны AF квадрата соединяем прямой с серединой основания его O.

4) Из точки B восстанавливаем перпендикуляр BG до пересечения его с прямой FO.

5) Точку A соединяем с точкой G пересечения перпендикуляра, восстановленного до точки B с прямой FO.

6) Через точку B проводим прямую, параллельную AG до пересечения с прямой FO в точке H.

7) Из точки H опускаем перпендикуляр HC до основания квадрата.

8) Через точку C проводим параллельную AG до пересечения с прямой FO в точке I.

9) Из точки I опускаем перпендикуляр ID до основания квадрата и т. д.

10) Проводим к стороне квадрата FL параллельные GM, HN, IP и KQ до пересечения их с диагональю OL, соединяющей точки L и O и опускаем перпендикуляры из точек M, N, P и Q до основания AN.

11) Этим построением мы получаем:

а) Искомые квадраты $AFLN$, $BGMU$ и т. д. между собой подобны, пропорциональны и составляют ряд членов геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M^1.

б) Стороны этих квадратов FL, GM, HN, ID, AF, BG, CH и DI между собой пропорциональны и составляют ряд членов геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$. Такую же прогрессию составляют между собой наклонные AG, BH, CI, DK и OF, OG, OH, OI, OK.

в) Ряд площадей, соответственно также образующих прогрессию с знаменателем M^1 золотого сечения представляют собою треугольники ABG, BCH, CDI и DEK, треугольники AFG, BGH, CHI и DIK, и трапеции $AFGB$, $BGHC$, $CHID$ и $DIKE$.

4. Такими же построениями получены на таблице V, фигуры 2 и 3 прямоугольники, составляющие ряды членов прогрессии золотого сечения с знаменателем M^1 с основаниями и высотами их, соответственно образующими ряды геометрических прогрессий с знаменателем $\sqrt{M}$.

§ 16. Построение пропорционального масштаба геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$

На основе таких же построений на таблице V, фигуре 4, показано построение пропорционального масштаба геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$, облегчающее построение сторон и высот пропорциональных между собой по золотому сечению площадей при условии подобия между собой этих последних.

Для построения такого пропорционального масштаба:

а) Строим квадрат $ABCD$ равный $M^0 = 1$.

б) На стороне его $BC = M^0$ откладываем известным построением майор, больший его отрезок $BE = M^1$.

в) По вышеприведенному способу строим среднегеометрическое между M^1 и M^0, для чего от точки E на продолжении прямой BE откладываем EG равное $M^0 = 1$. На EG, как на диаметре, строим полукруг. Перпендикуляр, восстановленный к прямой BG из точки E до пересечения с окружностью полукруга в точке F, дает среднегеометрическое между M^0 и M^1, так как:

$$BE : EF = EF : EG$$

или

$$M^1 : EF = EF : M^0.$$

Откуда

$$EF = \sqrt{M^1}.$$

г) $EF = \sqrt{M^1}$. Откладываем на стороне квадрата BC, от B до F^1, и переносим ее на диагональ квадрата на AC. Построением, ясным из фигуры, аналогичным тому, которое выяснено выше на таблице V, фигура 1, получаем как на диагонали AC, так и на стороне квадрата AB последовательные отрезки, отвечающие членам геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$: M^0, $\sqrt{M^1}$, $\sqrt{M^2}$, $\sqrt{M^3}$, $\sqrt{M^4}$, $\sqrt{M^5}$ и т. д.

д) Полученные деления стороны AB переносим на сторону DC и продолжаем основание квадрата AD до точки H и диагональ квадрата AC до точки K, а точки пересечений последовательных делений, по геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем $\sqrt{M}$, стороны CD, соединяем с точкой A и продолжаем полученные таким образом прямые до перпендикуляра HK, восстановленного из точки H к прямой AH.

е) Этим построением получается пропорциональный масштаб деления по геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$ для всех вертикалей, восстановленных от прямой DH.

ж) Масштаб этот определяет:

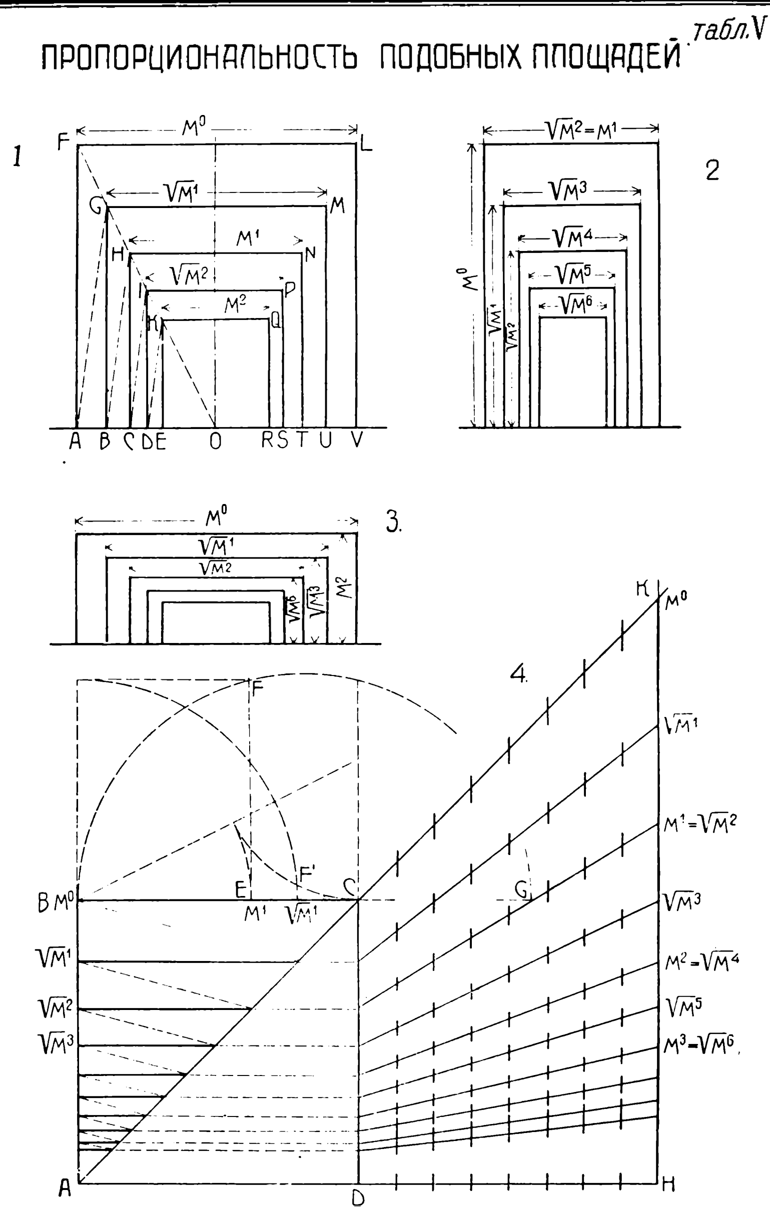
Рис. 3. Св. Петроний в Болонье — гравюра 1592 г.



Рис. 4. Волюты древнеримской ионической капители.

табл. V

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ПОДОБНЫХ ПЛОЩАДЕЙ



1) последовательные размеры членов геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$ и основанием M^0;

2) последовательные размеры членов прогрессии с знаменателем M^1 и основанием M^0;

3) размеры последовательных членов прогрессии с знаменателем M^1 и основанием $\sqrt{M^1}$, т. е. пропорциональный масштаб дает следующие ряды:

а) M^0, $\sqrt{M^1}$, $\sqrt{M^2}$, $\sqrt{M^3}$, $\sqrt{M^4}$ (геометрическая прогрессия с основанием M^0 и знаменателем $\sqrt{M^1}$);

б) M^0, M^1, M^2, M^3, M^4, отвечающие членам прогрессии $\sqrt{M^2}$, $\sqrt{M^4}$, $\sqrt{M^6}$ и $\sqrt{M^8}$ и образующие новую геометрическую прогрессию с основанием M^0 и знаменателем M^1;

в) $\sqrt{M^1}$, $\sqrt{M^3}$ $\sqrt{M^5}$, $\sqrt{M^7}$, образующие геометрическую прогрессию с основанием $\sqrt{M^1}$ и знаменателем M^1.

Комбинации согласования архитектурного целого при условии включения членов прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$. При архитектурных комплексах, в которых обязательно согласовать две подобные площади в непосредственных отношениях майор и минор, в отношения сторон их вносятся члены прогрессии с знаменателем $\sqrt{M^1}$. Так:

1. Согласование отдельных площадей архитектурного целого, представленного на таблице VI, фигура 6, достигнуто частичным внесением этого момента, а именно:

а) основание передних планов разбито нормально, на $M^0 = M^1 + M^2 = M^2 + M^3 + M^2 = M^3 + M^4 + M^3 + M^4 + M^3$;

б) высота средней площади $M^3 = M^3$ а боковых M^4;

в) площади их $M^7 : M^8 : M^6 : M^8 : M^7$;

г) площадь заднего плана поставлена в непосредственную связь с средним квадратом, со сторонами M^3 и M^3 площадью M^6, приняв ее равной M^5; при этом условии стороны этого квадрата равны $\sqrt{M^5}$.

2. Архитектурное целое (таблица VI, фигура 8), состоит из трех площадей, находящих одна на другую и согласованных между собой в отношении $S : M : m$.

а) 1-я площадь с основанием M^1 и высотой M^4 равна M^5;

б) 2-я площадь с основанием M^0 и высотой M^3 равна M^3;

в) 3-я площадь с основанием $\sqrt{M^3}$ при высоте $\sqrt{M^5}$ равна $\sqrt{M^8} = M^4$.

3. Архитектурное целое (таблица VI, фигура 10), в основных массах согласовано по отношениям членов прогрессии с знаменателем M^1:

а) основание при симметрической его разбивке на M^1 и M^1, $M^1 = M^3 + M^2 = M^3 + M^3 + M^1$ при высотах M^1 и M^1 и площадях $M^7 + M^7 + M^5 + M^7 + M^7$;

б) средняя высокая площадь с основанием $M^1 + M^1$, высотой M^1 и площадью $M^6 + M^6$ разделена на три подобные площади, находящиеся между собой в отношении целого к майор к минор, на площади:

M^5 с высотой M^1 и основанием M^4;
M^6 с высотой $\sqrt{M^3}$ и основанием $\sqrt{M^9}$;
M^7 с высотой M^2 и основанием M^6.

§ 17. Пропорциональность треугольников

В установлении пропорциональности площадей мы в предшествующем разборе ограничивались пропорциональностью квадратов и прямоугольников. Переходя к площадям иных конфигураций, к треугольникам и кругам, заметим, что в архитектуре эти последние встречаются почти исключительно в сочетании с основными архитектурными площадями — с квадратами и прямоугольниками, ввиду чего их и следует рассмотреть в их пропорциональной связи не только между собой, но и в связи с прямоугольником.

1. Пропорциональность площадей треугольников определяется, исходя из основной формулы площади треугольника, равной полуоснованию, умноженному на его высоту: $\frac{ah}{2}$.

Задавшись основанием a и высотой h, определяем площадь, основание и высоту треугольника, составляющего майор площади основного из уравнения:

$$\frac{ah}{2} : \frac{xy}{2} = \frac{xy}{2} : \left(\frac{ah - xy}{2}\right),$$

откуда получаем

$$xy = M^1 ah.$$

Для полной согласованности по золотому сечению требуется, как это было выяснено выше, при разборе пропорциональности прямоугольников, чтобы, кроме пропорциональности площадей между собою, и основания и высоты их были также между собой пропорциональны, т. е. чтобы a, h, x и y были членами одной геометрической прогрессии золотого сечения.

а) Желая получить треугольник площадью $\frac{xy}{2}$ равной майор (M^1) площади исходного треугольника $\frac{ah}{2}$ (M^0), примем:

1) основание исходного треугольника a равным M^1, высоту его h равной M^0, следовательно площадь его $\frac{M^1}{2}$;

2) основание искомого треугольника x равным основанию исходного треугольника a — равным M^1; тогда, подставляя в уравнение $xy = M^1 ah$ выражения для a, h и x, т. е. $a = M^1$; $h = M^0$ и $x = M^1$, получаем:

$$M^1 y = M^1 \cdot M^1 \cdot M^0,$$

откуда высота его

$$y = \frac{M^2}{M^1} = M^1.$$

Следовательно, при:

1) основании исходного треугольника M^1
высоте его . . . . M^0
площади . . . . $\frac{M^1}{2}$

и при

2) основании треугольника, равном M^1 для площади майор исходного:

высота его будет . . . . M^1,

а площадь треугольника M^1 исходной,— $\frac{M^2}{2}$.

б) Желая получить треугольник площадью равной M^2 исходного, получаем уравнение: $xy = M^2ah$.

Приняв $a = M^1$; $h = M^0$ и $x = M^1$, получаем y — высоту треугольника $= M^1y = M^2 \cdot M^1$ и $y = M^2$ и т. д.

2. Для построения непрерывного ряда пропорциональных по схеме золотого сечения и вместе с тем подобных между собой площадей треугольников кроме основного уравнения $xy = M^1ah$ имеем еще дополнительное выражение $a:x = h:y$, откуда $xh = ay$ и $x = \frac{ay}{h}$ (таблица VII, фигура 2). Приняв $a = M^1$; $h = M^0$, получаем из основного уравнения $xy = M^1ah$ — выражение

$$\frac{M^1y}{M^1} \cdot y = M^1 \cdot M^1 \cdot M^0,$$

откуда $M^1y^2 = M^2$ и $y = \sqrt{M^1}$.

В таком случае мы имеем во вновь полученном треугольнике подобном исходному:

1) высоту . . . . . $y = \sqrt{M^1}$

2) основание . . $x = \frac{M^1\sqrt{M^1}}{M^1} = M^1\sqrt{M^1}$

3) площадь майор исходной . . . . $= \frac{\sqrt{M^1} \cdot \sqrt{M^1} \cdot M^1}{2} = \frac{M^2}{2}$.

3. В случае, если в основном, в исходном треугольнике, пропорционально между собой согласованы не высота и основание, а все три стороны, например a основание $= M^4$, а стороны b и c между собой равны и составляют каждая M^3 и желая определить треугольник подобный основному площадью M^1 со сторонами пропорциональными по золотому сечению сторонам a, b и c, решаем задачу следующим образом (таблица VII, фигура 3).

1) Площадь исходного треугольника со сторонами $a = M^4$, $b = c = M^3$ определяется из формулы площади треугольника $\frac{ah}{2}$; в ней h высота прямоугольного треугольника с основанием $\frac{a}{2}$ и гипотенузой $b = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$. Подставляя затем выражения для a и b, получаем:

$$h = \sqrt{M^6 - \frac{M^8}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{4M^6 - M^8}$$

и площадь исходного треугольника:

$$\frac{ah}{2} = \frac{M^4}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{4M^6 - M^8} = \frac{1}{4}M^4\sqrt{4M^6 - M^8}.$$

2) Приняв затем в искомом треугольнике, площадь которого должна равняться майор площади исходного, основание равным $\sqrt{M}$ основания исходного, $= M^4\sqrt{M}$, а стороны равными $\sqrt{M}$ исходных, $= M^3 \cdot \sqrt{M}$, получаем площадь искомого треугольника $\frac{1}{4}M^5\sqrt{4M^6 - M^8}$, т. е. майор площади основного треугольника $= \frac{1}{4}M^4\sqrt{4M^6 - M^8}$

Вообще же стороны и высоты пропорциональных по золотому сечению треугольников согласовываются по тому же принципу, который был выяснен выше при подробном разборе пропорциональных прямоугольников и квадратов, так:

1) в равнобедренных, пропорциональных между собой, треугольниках, с равными основаниями, высоты их должны быть членами геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M.

2) Если в исходном равнобедренном треугольнике пропорционально согласованы не высота с основанием, а три стороны между собой, то и в пропорциональных к нему треугольниках стороны должны быть членами геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M.

3) В непрерывном ряде подобных между собой треугольников, площади которых составляют ряд членов геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M:

а) при пропорциональном основании и высоте исходного треугольника — основания и высоты составляют ряды геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$;

б) при пропорциональных сторонах исходного треугольника стороны их составляют соответственно ряды геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$.

4. На фигуре 4, таблицы VII представлен ряд треугольников при условии деления общего их основания, осью симметрии, каковой в данном случае является высота равнобедренных треугольников, на два равных между собой отрезка, причем высоты их пропорционально уравновешены с основанием.

При этом условии получаются два симметричных треугольника и в каждом из них основание равно M^1, высота M^0, площадь $\frac{M^1 \cdot M^0}{2} = \frac{M^1}{2}$ и оба треугольника вместе M^1.

Майор каждого из этих симметричных треугольников при основании равном M^1 имеет высоту M^1, а площадь $\frac{M^1 \cdot M^1}{2} = \frac{M^2}{2}$ причем площадь для обоих вместе $= M^2$.

Минор их при основании каждого $= M^1$ имеет высоту M^2 и площади $\frac{M^1 \cdot M^2}{2}$ $\frac{M^3}{2}$, а для обоих вместе $= M^3$.

5 Если принять такое же симметричное деление треугольников, при полуосновании как выше, равном M^1 и при стороне — гипотенузе равной M^0 получаем:

основание каждого треугольника M^1 (фигура 5, таблица VII)

сторону гипотенузы — M^0

высоту их — $\sqrt{M^0 - M^2} = \sqrt{M^1}$

площадь каждого из них — $\frac{M^1 \cdot \sqrt{M^1}}{2}$, а обоих вместе — $M^1\sqrt{M^1}$.

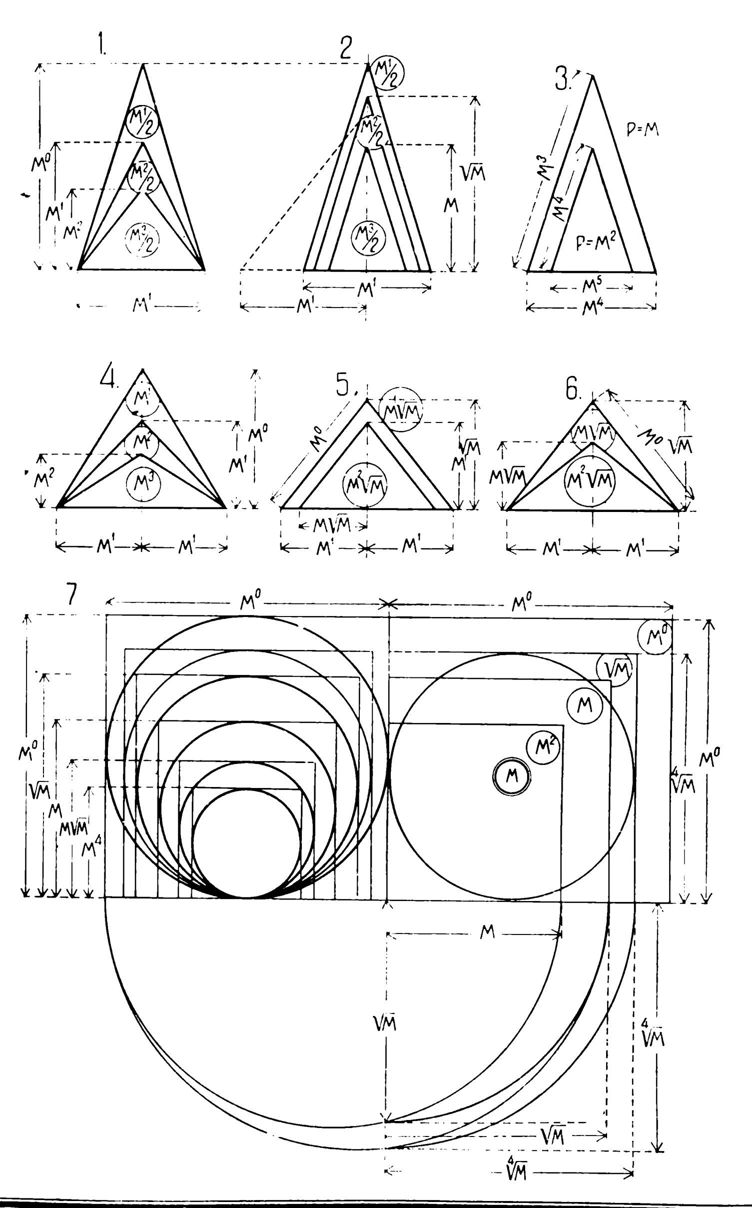
Для майор этого треугольника имеем, сохра-

Табл. VI

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

табл. VII

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ТРЕУГОЛЬНИКОВ И КРУГОВ



ния основание M, площадь $\frac{M^2\sqrt{M^1}}{2}$ и высоту $M\sqrt{M}$.

Для минор треугольника, при том же основании M^1, площадь $\frac{M^3\sqrt{M^1}}{2}$, высоту $M^2\sqrt{M}$ и т. д.

6. Приняв же, как в предыдущем случае, для исходного треугольника основание равным M^1, высоту $\sqrt{M}$ с площадью равной $\frac{M^1\sqrt{M}}{2}$ и, желая определить размеры треугольника майор исходного и подобного ему, обозначим основание искомого треугольника $= x$, высоту его $= y$. Из двух уравнений $\frac{xy}{2} = \frac{M^2\sqrt{M}}{2}$ и $\frac{\sqrt{M}}{y} = \frac{M}{x}$ находим первоначально $x = \frac{My}{\sqrt{M}}$ из второго и подставляем его значение в первое, получаем $\frac{M\cdot y\cdot y}{2\sqrt{M}} = \frac{M^2\sqrt{M}}{2}$, откуда высота $y = M$; подставляем его значение в одно из двух первых уравнений, откуда $\frac{x\cdot M}{2} = \frac{M^2\sqrt{M}}{2}$ и основание $x = M\sqrt{M}$.

Что касается пропорционального согласования принятых в архитектуре треугольников — равнобедренных — с площадями прямоугольников не представляет никаких затруднений, ввиду одинаковой формулы определения площадей прямоугольников и треугольников при тех же высотах и основаниях: ah и $\frac{ah}{2}$.

§ 18. Пропорциональное согласование кругов

Пропорциональное согласование кругов и частей круга с соответствующими площадями прямоугольников вызывает несколько более осложнений.

1) При разборе пропорциональности кругов основным кругом примем круг, вписанный в квадрат площадью $M^0 = 1$, со сторонами $M^0 = 1$.

Диаметр такого круга равен $M^0 = 1$.

Площадь его $\frac{\pi}{4} = 0{,}785398$.

Величина 0,785398 численно очень близко подходит к значению $\sqrt{M^1} = \sqrt{0{,}618}$, составляющему 0,786153. Разница составляет всего 0,000755, т. е. 0,785398 составляет более 99,9% от 0,786153, ввиду чего можно принять, при очень незначительной погрешности площадь вписанного круга, равной $\sqrt{M}$ площади описанного вокруг него квадрата со стороной M^0 и следовательно равной квадрату с площадью $\sqrt{M}$.

2) Диаметр и площадь круга, составляющего майор вписанного в квадрат исходного круга, устанавливается из уравнения золотого сечения

$$\frac{\pi}{4} : \frac{\pi x^2}{4} = \frac{\pi x^2}{4} : \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi x^2}{4}\right),$$

откуда

$$1 : x^2 = x^2 : (1 - x^2)$$

и приняв $x^2 = y$

$$y^2 + y - 1 = 0$$

$$y = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) = M^1 = 0{,}618,$$

а следовательно

$$x = \sqrt{M} = \sqrt{0{,}618} = 0{,}786153\ldots$$

и диаметр круга, равного майор вписанного $= \sqrt{M}$; площадь его

$$\frac{\pi}{4}\cdot\sqrt{M}\cdot\sqrt{M} = \frac{\pi}{4}M = 0{,}785398 \times 0{,}618 = 0{,}485399\ldots$$

Величина 0,485399 численно так же близко подходит к $\sqrt{M^3}$, как площадь вписанного круга к $\sqrt{M}$, ввиду чего и ее можно принять равной $\sqrt{M^3}$.

Для большей наглядности приводим таблицу относительных величин диаметров и площадей пропорциональных между собою кругов и соответствующих им площадей квадратов.

Из этой таблицы следует, что

$$\frac{\pi}{4} = 0{,}785398 = 0{,}786153 - 0{,}00075$$

$\frac{\pi}{4}M = 0{,}485743 = (0{,}786153 - 0{,}00075) \times 0{,}618$, откуда разница между величиной $\frac{\pi}{4}M$ и $M\sqrt{M} =$

Таблица VII, фигура 7

	Диам. круга	Площ. круга	Площ. соотв. квадр.
Основной круг	$M^0 = 1000$	$\frac{\pi}{4} = 0{,}785398$	$\sqrt{M} = 786153$
Его майор	$\sqrt{M} = 0{,}78615$	$\frac{\pi}{4}M = 0{,}4854$	$M\sqrt{M} = 0{,}485743$
Майор предыд.	$\sqrt{M^2} = 0{,}618$	$\frac{\pi}{4}M^2 = 0{,}2999$	$M\cdot\sqrt{M} = 0{,}300$
Майор предыд.	$\sqrt{M^3} = 0{,}4857$	$\frac{\pi}{4}M^3 = 0{,}1853$	$M^3\sqrt{M} = 0{,}18512$
Майор предыд.	$\sqrt{M^4} = 0{,}382$	$\frac{\pi}{4}M^4 = 0{,}114668$	$M^4\sqrt{M} = 0{,}11456$
и т. д.	$\sqrt{M^\infty} = 0$	$\frac{\pi}{4}M^\infty = 0$	$M^\infty\sqrt{M} = 0$

$= 0{,}00075 \times 0{,}618 = 0{,}00046$ и далее $\frac{\pi}{4} M^2 = 0{,}29999 = (0{,}786153 - 0{,}00075) \times 0{,}382$, причем разница между величинами $\frac{\pi}{4} M^2$ и $\pi^2 \sqrt{M}$ составляет $0{,}00075 \times 0{,}382 = 0{,}000286$.

Таким образом фактическая разница между площадью вписанного круга и соответственной площадью квадрата уменьшается с каждым членом убывающей прогрессии, обращаясь в 0 при бесконечно малом члене его, что и дает возможность легкой пропорциональной согласованности площадей кругов и квадратов.

На таблице VII, фигура 7 показан ряд пропорциональных кругов, вписанных в квадрат, со сторонами $M^0 = 1$ и площадью $M^0 = 1$, причем

а) диаметр вписанного круга $= M^0$, площадь $\sqrt{M}$, диаметр его майор $= \sqrt{M^1}$, площадь $M\sqrt{M}$, диаметр M предыдущ. $= \sqrt{M^2} = \sqrt{M}\sqrt{M} = M$, площадь $M^2 \sqrt{M}$, диаметр M предыдущ. $= \sqrt{M^3} = M \sqrt{M}$, площадь $M^3 \sqrt{M}$.

б) На этом же чертеже построен квадрат, отвечающий площади вписанного в основной квадрат круга—квадрата площадью равного $\sqrt{M^1}$ со сторонами $\sqrt[4]{M}$, т. е. квадрата площадью, как выведено выше $= 0{,}785398$, приняв вместо этого размера приближенную к нему величину $\sqrt{M} = 0{,}786153$. При этой предпосылке построен по указанному выше способу 1) $M^1 = 0{,}618\, M^0$, 2) $\sqrt{M} = 0{,}786153$ и наконец $= \sqrt[4]{M} = 0{,}786153 = 0{,}886652$, отвечающий стороне искомого квадрата площадью $= \frac{\pi}{4}$ (0,886222).

При этом получен ряд вписанных в квадраты кругов, пропорциональных по золотому сечению между собой и пропорциональных соответствующим им квадратам:

а) квадрат основной—целое, площадью M^0 со сторонами M^0, вписанный в него круг площадью $\sqrt{M^1}$ с диаметром M^0;

б) квадрат майор основного площадью M^1 со сторонами $\sqrt{M^1}$, вписанный в него круг, майор вписанного круга площадью $\sqrt{M^0}$ с диаметром $\sqrt{M^1}$;

в) квадрат минор основного площадью M^2 со сторонами M^1, вписанный в него круг минор первого круга площадью $\sqrt{M^3}$ с диаметром $\sqrt{M^2}$, и т. д.

Для наглядности приведем таблицу пропорционального согласования площадей и сторон квадратов и вписанных в них кругов (таблица VII, фигура 7).

По этой таблице квадраты № 1, 3, 5 и т. д. составляют геометрическую прогрессию золотого сечения M^0, M^1, M^2 и т. д. с основанием M^0 и знаменателем M.

Квадраты № 2, 4, 6 и т. д. составляют геометрическую прогрессию золотого сечения $\sqrt{M}$, $\sqrt{M^3}$, $\sqrt{M^5}$ и т. д. с основанием $\sqrt{M}$ и знаменателем M.

Стороны квадратов № 1, 3, 5 и т. д. составляют геометрическую прогрессию с основанием M^0 и $\sqrt{M}$.

Таблица VII, фигура 7

	Квадраты		Вписан. круги		
	площ.	стор	площ	диам.	
№ 1	M^0	M^0			
№ 2	$\sqrt{M}$	$\sqrt[4]{M}$	$\sqrt{M}$	M^0	круг, вписан. в кв. № 1
№ 3	M	$\sqrt{M}$	M	$\sqrt[4]{M}$	„ „ № 2
№ 4	$\sqrt{M^3}$	$\sqrt[4]{M^3}$	$\sqrt{M^2}$	$\sqrt{M}$	„ „ № 3
№ 5	M^2	$\sqrt{M^2}$	M^2	$\sqrt[4]{M^4}$	„ № 4
№ 6	$\sqrt{M^5}$	$\sqrt[4]{M^5}$	$\sqrt{M^4}$	$\sqrt{M^2}$	„ „ № 5

Стороны квадратов № 2, 4, 6, и т. д. составляют прогрессию с основанием $\sqrt[4]{M}$ и знаменателем $\sqrt{M}$.

Вписанные круги 2, 4, 6 и т. д. составляют прогрессию золотого сечения с основанием $\sqrt{M}$ и знаменателем M.

Вписанные круги № 3, 5, 7 и т. д. составляют геометрическую прогрессию золотого сечения с основанием M и знаменателем M.

Диаметры первых № 2, 4, 6 и т. д. составляют прогрессию с основанием M^0 и знаменателем $\sqrt{M}$.

Диаметры вторых кругов № 3, 5, 7 и т. д. составляют геометрическую прогрессию с основанием $\sqrt[4]{M}$ и знаменателем $\sqrt{M}$.

§ 19. Построение спирали золотого сечения

На таблице VIII, фигура 1, изображена спиральная кривая, вчерченная в спираль из прямых линий, представляющих собой убывающую геометрическую прогрессию золотого сечения с основанием M^0 и знаменателем M.

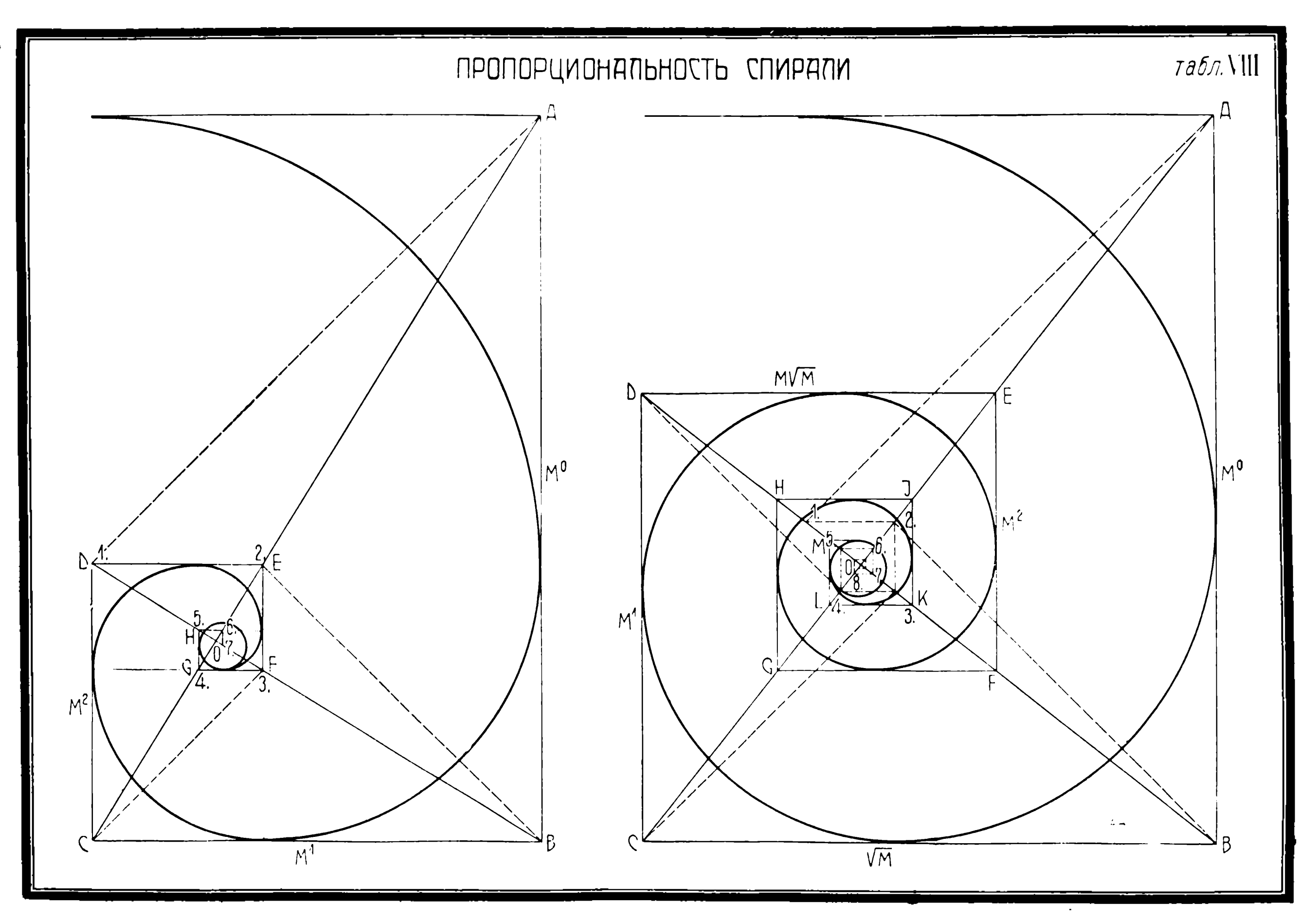
Спираль из прямых линий начерчена, руководствуясь известным в геометрии построением геометрической прогрессии, основанным на следующем положении: если ерпендикулярные друг к другу наклонные, в данном случае AC и BD составляют постоянные, отличные от 45°, углы к прямым, изображающим спираль, в то время как внутренние углы этих последних равны 90°, то: 1) последовательные стороны отрезка спирали образуют геометрическую прогрессию: AB, BC, CD, DE и т. д.; 2) расстояния последовательных вершин A, B, C, D от точки пересечения диагоналей AC и BD образуют также геометрическую прогрессию: AO, OB, OC, OD и т. д.

Построение спирали из прямых исполнено следующим образом:

Построен прямоугольный треугольник ABC с высотой $AB = M^0$ и основанием $CB = M$.

На его гипотенузу AC из вершины B опущен перпендикуляр и продолжен до $\perp$ CD, восстановленного из вершины треугольника C к основанию его CB.

Из точки D восстановлен $\perp$ DE к прямой CD до пересечения с диагональю AC.


ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ СПИРАЛИ
табл. VIII
А
B
C
D
E
F
G
H
J
K
L
O
M°
M¹
M²
M³
M√M
√M
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.

Продолжая подобные же построения, получаем спираль из прямых AB, BC, CD, DE, EF и т. д., согласно вышеизложенному, членов геометрической прогрессий.

1) Ввиду того, что нами исходным отношением AB и BC принято отношение по золотому сечению, получается спираль из членов геометрической прогрессии золотого сечения, а именно:

$$AB:BC:CD:DE:EF = M^0:M^1:M^2:M^3\ldots,$$

2) Вторую прогрессию золотого сечения дают отношения:

$AO:BO:CO:DO:EO$ и т. д. $= M^0:M^1:M^2:M^3\ldots,$

3) Площадь

$$ABC = \frac{M^0 \cdot M}{2} = \frac{M}{2}$$

$$CBD = \frac{M \cdot M^2}{2} = \frac{M^3}{2}$$

$$CDE = \frac{M^2 \cdot M^3}{2} = \frac{M^5}{2},$$

что дает отношение площадей треугольников $ABC:CBD:CDE = M^1:M^3:M^5$, т. е. прогрессию с знаменателем M^2.

4) Отношения отрезков $CB:DE:GF:HI$ составляют также прогрессию с знаменателем M^2, равно как и отношения $AB:DC:EF:HG$.

5) Трапеции $ABEF$, $CBFG$, $CDHG$ и т. д. составляют также геометрическую прогрессию с знаменателем M^2.

Что касается построения кривых отрезков спирали, к которым прямые являются касательными, то они получены из центров, расположенных на диагоналях AC и BD, путем деления соответствующих прямых углов спирали биссектрисами, доведенными до пересечения с диагоналями (рис. 4, стр. 48)

Спираль золотого сечения № 2. На той же таблице VIII, фигура 2, изображена спиральная кривая, приближающаяся к волютам ионического ордера, вчерченная тем же путем в спираль из прямых линий, представляющих убывающую прогрессию с знаменателем $\sqrt{M^1}$ и представляющая исключительную пропорциональную согласованность ее сторон, диагоналей, площадей треугольников и трапеций, а именно:

а) $AB:BC:CD:DE:EF:FG$ и т. д. составляют геометрическую прогрессию с основанием $AB = M^0$ и знаменателем $\sqrt{M}$ $(AB = M^0 = 1)$ и $CB = \sqrt{M} = 0{,}786\ldots$

б) $AB:CD:EF:HG$, а также $CB:DE:GF:KI$ — геометрические прогрессии с знаменателем M.

$AB:EF:IK$ и соответствующие им стороны, расположенные против сторон спирали CB, CD, DE — составляют геометрические прогрессии с знаменателем M^2.

в) Диагональ DB как гипотенуза треугольника DCB с катетами равными $\sqrt{M}$ и M равна $M^0 = AB$. Диагональ AC — гипотенуза треугольника $CBA = \sqrt{M^{-1}}$ откуда $DB:OB:BF:OF:KF$ и т. д. дают геометрическую прогрессию золотого сечения с знаменателем M и основанием M^0.

г) $AC:AO:AE:EO$ и т. д. представляют также прогрессию золотого сечения с знаменателем M^1.

д) Треугольники, образуемые диагоналями AC и BD и прямыми, образующими основную спираль из прямых линий, а именно треугольник $ABO:BCO:CDO:EFO\ldots$ и т. д. составляют убывающую геометрическую прогрессию золотого сечения с знаменателем M.

е) Такую же прогрессию образуют и соответствующие трапеции.

Исключительная согласованность таким образом данной спирали заключается в том, что как стороны ее, так и диагонали, площади треугольников и трапеций, образующих ее, являются членами одной геометрической прогрессии с общим основанием M^0.

Разобравши условия пропорциональности, чаще всего встречающихся в архитектуре, площадей — прямоугольников, треугольников и кругов, присоединив к ним построение пропорциональных схем спиралей, перейдем к такому же разбору объемов.

§ 20. Пропорциональность объемов

Теоретически наиболее совершенное сочетание объемов устанавливается на основании тех же соображений, которые были изложены при разборе линейных и плоскостных отношений. Так, для параллелепипеда из формулы:

$$a \cdot b \cdot c : x \cdot y \cdot z = x \cdot y \cdot z : (a \cdot b \cdot c - x \cdot y \cdot z)$$

получаем

$$x \cdot y \cdot z = M \cdot a \cdot b \cdot c = 0{,}618 \cdot a \cdot b \cdot c.$$

Приняв в этой формуле любые размеры для двух измерений, получаем третьи, искомые. Однако и здесь, как и при установлении пропорциональности плоскостей, необходимо, чтобы не только объемы были пропорциональны, но чтобы и плоскости, образующие объемы и линейные отношения сторон, были бы между собой пропорционально согласованы по схеме золотого сечения.

Ввиду этого пропорциональное деление куба должно итти таким же постепенным его делением на майор и минор, как деление прямой, как деление плоскости.

Пропорциональное деление куба. На таблице IX, фигура I, показан пример пропорционального деления куба на майор и минор путем разреза его вертикальной плоскостью.

а) Основной куб, площадью сторон a^2, стороной — a и объемом a^3,

б) Сторона основания AB разделена по золотому сечению на майор и минор на aM и aM^2 в точке C.

в) Площадь основания разделена на две пропорциональные площади, прямой перпендикулярной AB, проведенной из точки C на площади a^2M и a^2M^2.

г) Лицевая сторона куба перпендикуляром, восстановленным из точки C к AB также делится на две пропорциональные площади a^2M^1 и a^2M^2 и тогда

д) плоскость, проведенная через оба перпендикуляра, дающих пропорциональное деление основания и стороны куба, делит этот последний на два параллелепипеда

$$aM \cdot aM^0 \cdot aM^0 = a^3M \quad \text{и} \quad aM^2 \cdot aM^0 \cdot aM^0 = a^3M^2.$$

Дальнейшее деление куба тем же путем гори-

зонтальной площадью, разделяющей лицевую грань его на майор и минор, дает четыре, пропорциональных между собой, объема, а именно четыре параллелепипеда (таблице IX фигура 2):

1) объем с основанием aM^1, высотой aM^1, глубиной $a = a^3M^2$;

2) объем с основанием aM^2, высотой aM^1, глубиной $a = a^3M^3$;

3) объем с основанием aM^1, высотой aM^2, глубиной $a = a^3M^3$;

4) объем с основанием aM^2, высотой aM^2, глубиной $a = a^3M^4$.

Как деление куба, так и деление параллелепипеда на более мелкие дробные, пропорциональные объемы путем предварительного деления сторон того или иного теми же, или подобными им пропорциональными построениями, которые были выявлены на таблице IV, фигуры 3, 4, 5, дает широкую возможность самых разнообразных пропорциональных комбинаций объемных частей основного целого объема.

Пример пропорционального сочетания объемов. На таблице IX, фигуры 3—6, 8 и 9 представлен ряд, пропорционально согласованных между собой архитектурных объемов — параллелепипедов, образующих одно архитектурное целое.

1. Фигура 4 дает деление параллелепипеда длиной M^0, глубиной и высотой равными M^4 на пропорциональные части, причем получены следующие отношения:

а) отношения линейные — $M^0 = M^1 + M^8 = M^2 + M^3 + M^2$;

б) отношения площадей лицевой стороны — $M^2 \cdot M^4 : M^3 \cdot M^4 : M^2 \cdot M^4$, т. е. $M^6 : M^7 : M^6$;

в) отношение объемов $M^2 \cdot M^4 \cdot M^4 : M^3 \cdot M^4 \cdot M^4 : M^2 \cdot M^4 \cdot M^4$, т. е. $M^{10} : M^{11} : M^{10}$.

В этом случае отношения линейные, площадей и объемов одинаковые $M^2 : M^3 : M^2 = M^6 : M^7 : M^6 = M^{10} : M^{11} : M^{10}$.

Вообще при двух одинаковых измерениях, в данном случае при одинаковой высоте и глубине объемов, отношения их линейные, площадей объемов одинаковы.

2. Приняв, напротив, при тех же линейных отношениях $M^2 : M^3 : M^2$, разные высоту или глубину отдельных частей целого, отношения их объемов меняются. Так

а) при измененной глубине среднего объема (таблица IX, фигуры 5 и 6) получаются следующие отношения:

линейные отношения лицевого фасада без изменения—$M^2 : M^3 : M^2$; отношения соответствующих площадей $M^6 : M^7 : M^6$; отношения объемов—иные:

$$M^2 \cdot M^4 \cdot M^4 : M^3 \cdot M^4 \cdot M^3 : M^2 \cdot M^4 \cdot M^4 = M^{10} : M^{10} : M^{10};$$

б) при измененных глубине и высоте среднего объема (таблица IX, фигура 6) линейные и отношения площадей остаются без изменения — отношение объемов

$$M^{10} : M^3 \cdot M^3 \cdot M^3 : M^{10} = M^{10} : M^9 : M^{10}.$$

На фигурах 8 и 9 показаны более сложные сочетания отдельных частей архитектурного целого

На фигуре 8 — отношения линейные

$$M^3 : M^4 : M^3 : M^4 : M^3$$

отношения соответствующих им площадей:

$$M^3 \cdot M^6 : M^4 \cdot M^4 : M^3 \cdot M^5 : M^4 \cdot M^1 \; M^3 \cdot M^6 = M^9 : M^8 : M^8 : M^8 : M^9;$$

отношение объемов:

$$M^3 \cdot M^6 \cdot M^4 : M^4 \cdot M^4 \cdot M^4 : M^3 \cdot M^5 \cdot M^5 : M^{12} : M^{13} = M^{13} \; M^{12} : M^{13} : M^{12} : M^{13}.$$

В данном случае отношения линейные, объемные и отношения соответствующих площадей разные, а именно:

отношения объемов $m : M : m : M : m$;
отношения линейные $M : m : M : m : M$;
отношения площадей $m : M : M : M : m$.

На фигуре 9 показано другое сочетание также с разными отношениями как линейными, так и площадей и объемов:

отношения линейные:

$$M^0 : M^2 : M^1 \qquad S : m : M$$

отношения площадей:

$$M^0 \cdot M^5 : M^2 \cdot M^3 : M^1 \cdot M^4 = M^5 : M^5 : M^5 = M : M : M$$

отношения объемов:

$$M^0 \cdot M^5 \cdot M^3 : M^2 \cdot M^3 \cdot M^2 : M^1 \cdot M^4 \cdot M^3 = M^8 : M^7 : M^8 = m : M : m.$$

Деление куба на пропорциональные кубы. В приведенных примерах таблицы IX фигуры 1 и 2 мы получаем деление куба на пропорциональные к нему и между собой параллелепипеды. Построение же куба — майор основного куба дает для этого последнего сторону его из формулы $x^3 = a^3M$, причем сторона его $x = \sqrt[3]{a^3M} = a\sqrt[3]{M} = a\sqrt[3]{0{,}618}$ $\sqrt[3]{0{,}618} = 0{,}85178\ldots$, т. е. почти равна $M^0 - M^4 = 1 - 0{,}145898 = 0{,}85412$ (разница $0{,}00233\ldots$).

Дальнейшее построение кубов, составляющих ряд пропорциональных членов геометрической прогрессии золотого сечения приведено на таблице X. фигура 7.

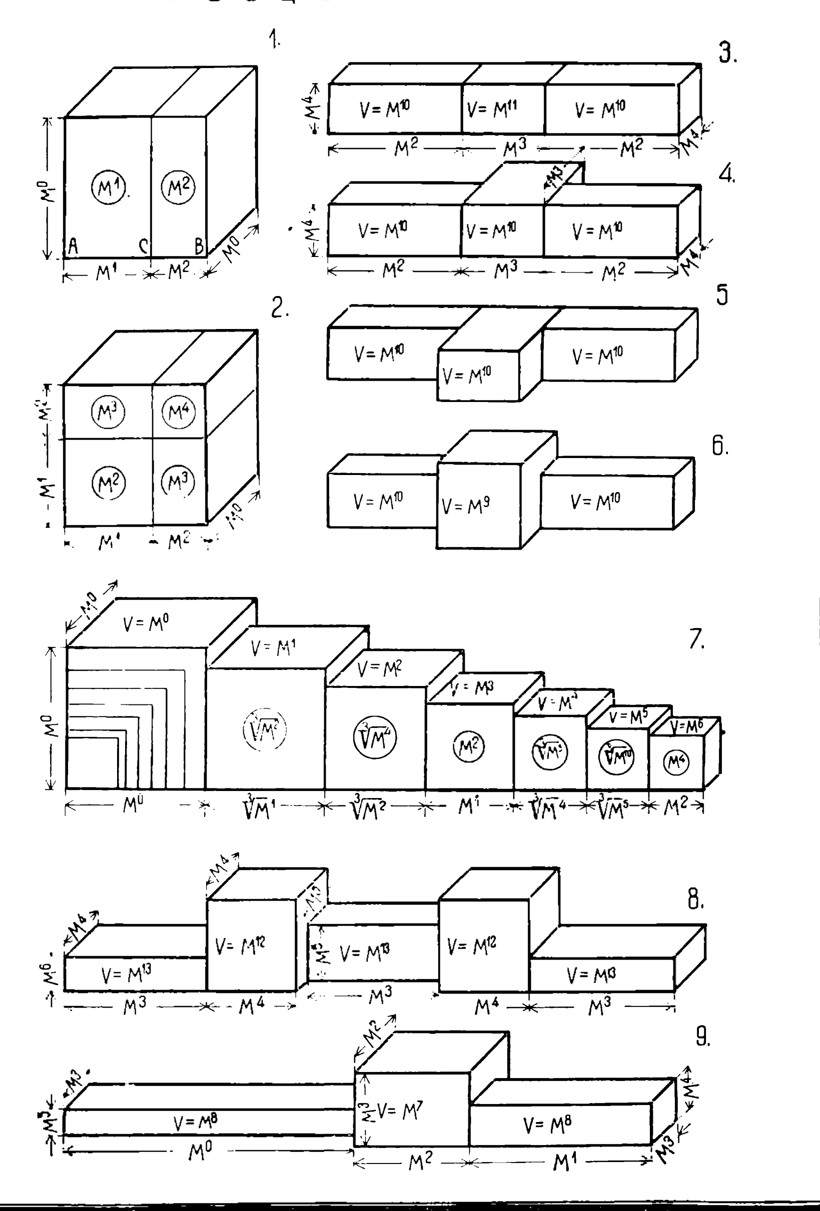
Объемы кубов составляют геометрическую прогрессию золотого сечения с знаменателем M^1.

Таблица сторон, площадей граней и объемов кубов, составляющих непрерывный ряд членов убывающей геометрической прогрессии золотого сечения

	Объем кубов	Длина сторон кубов	Площади сторон кубов
1	$M^0 = 1000$	1000	1000
2	$M^1 = 0{,}618$	$\sqrt[3]{M} = \sqrt[3]{0{,}618} = 0{,}852$	$\sqrt[3]{M^2} = 0{,}725$
3	$M^2 = 0{,}382$	$\sqrt[3]{M^2} = \sqrt[3]{0{,}382} = 0{,}725$	$\sqrt[3]{M^4} = 0{,}526$
4	$M^3 = 0{,}236$	$\sqrt[3]{M^3} = \sqrt[3]{0{,}236} = 0{,}618$	$\sqrt[3]{M^6} = 0{,}382$
5	$M^4 = 0{,}146$	$\sqrt[3]{M^4} = \sqrt[3]{0{,}146} = 0{,}526$	$\sqrt[3]{M^8}$ и т. д.
6	$M^5 - 0{,}090$	$\sqrt[3]{M^5} = \sqrt[3]{0{,}090} = 0{,}448$	$\sqrt[3]{M^{10}}$,
7	$M^6 = 0{,}056$	$\sqrt[3]{M^6} = \sqrt[3]{0{,}056} = 0{,}382$	$\sqrt[3]{M^{12}}$ следов.

табл. IX

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ОБЪЕМОВ



Соответствующие длины сторон составляют члены геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt[3]{M} = 0{,}85178$, причем

1, 4, 7, 10, 13 и т. д.— члены геометрической прогрессии золотого сечения с основанием M^0 и знаменателем M^1;

2, 5, 8, 11, 14 и т. д.— члены геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M^1 и основанием $\sqrt[3]{M}$;

3, 6, 9, 12, 15 и т. д.—члены геометрической прогрессии золотого сечения с знаменателем M^1 и основанием $\sqrt[3]{M^2}$.

Соответствующие площади граней кубов составляют члены геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt[3]{M^2}$, причем также 1, 4, 7, 10, 13 и т. д.—члены геометрической прогрессии золотого сечения с основанием M^0, 2, 5, 8, 11, 14 — с основанием $\sqrt[3]{M^2}$ и 3, 6, 9, 12, 15 — с основанием $\sqrt[3]{M^4}$.

Для геометрического построения $\sqrt[3]{M}$ следует иметь в виду, что это выражение приближенно соответствует $M^0 - M^4$, а именно $\sqrt[3]{M} = 0{,}85178$, а $M^0 - M^4 = 1 - 0{,}146 = 0{,}85412$, как то выше было указано, построение $M^0 - M^4$ не вызывает никакого затруднения.

Построение пропорциональных и подобных между собой призм. Построение пропорциональных и подобных между собой призм решается по формулам

$$xyz = Mabc; \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{y} \quad \text{и} \quad b$$

приняв a и x ширинами параллелепипедов, c и z их глубинами, b и y их высотами, отсюда, вставив значения $x = \frac{a}{b} y$ и $z = \frac{c}{b} y$ в первую формулу $xyz - Mabc$, получаем

$$\frac{a}{b} y \cdot {}^{c}\; y \cdot y = Mabc,$$

откуда

$$x = a\sqrt[3]{M}; \qquad y = b\sqrt[3]{M} \quad \text{и} \quad z = c\sqrt[3]{M}.$$

Таким образом, как при пропорциональности кубов, задача решается помощью построения того же выражения $\sqrt[3]{M}$.

В предшествующем разборе мы останавливались на основных архитектурных объемах, на параллелепипедах, перейдем к некоторым другим, часто встречающимся в архитектуре, объемам.

Пропорциональное согласование параллелепипедов треугольных призм и четырехгранных пирамид. 1. На таблице X, фигуры 1 и 2, показаны два примера согласования параллелепипеда с треугольной призмой.

Фасадные высоты параллелепипеда и треугольной призмы на фигуре 1 согласованы в отношении $M^2 : M^3$, тем не менее согласования объемов по золотому сечению не достигнуто; в самом деле — объем параллелепипеда $= M^0 \cdot M^2 \cdot M^{-1} = M$, объем призмы треугольной $\frac{M^0 \cdot M^3 \cdot M^{-1}}{2} = \frac{M^2}{2}$, а M^1 и $\frac{M^2}{2}$ не дают четкого пропорционального отношения золотого сечения.

2. Фигура 2 решает задачу пропорциональной согласованности поддерживаемых частей архитектурного целого объема:

а) поддерживающие части представляют собой параллелепипед $M^0 \cdot M^2 \cdot M^{-1} = M$;

б) поддерживаемые части должны составить пропорциональный объем поддерживающих, например, их майор, т. е. их объем должен равняться M^2;

в) приняв поддерживаемые части в виде параллелепипеда, равного майор поддерживающих частей, таковой будет высотой M^3, так как

$$M^0 \cdot M^3 \cdot M^{-1} = M^2;$$

г) желая же завершить архитектурное целое фронтоном, т. е. треугольной призмой, делим всю высоту M^3 на M^4 и M^5;

д) нижней части из них M^4 придаем объем параллелепипеда, который будет

$$M^0 \cdot M^4 \cdot M^{-1} = M^3;$$

е) к верхней части прибавляем высоту $2M^5$ и на полученной высоте $M^5 + M^5$ при одинаковом с нижними объемами основанием $M^0 \cdot M^{-1}$ строим треугольную призму, объем которой будет

$$\left(\frac{M^5 + M^5}{2}\right) \cdot M^0 \cdot M^{-1} = M^5 \cdot M^0 \cdot M^{-1} = M^4.$$

Таким образом поддерживаемые части согласно требованиям задания будут составлять майор нижних, поддерживающих

$$M^3 + M^4 = M^2.$$

3. Фигура 4 таблицы X решает построение четырехгранной пирамиды, поставленной на кубе с одинаковым с ним основанием, и составляющей его майор, или иную пропорциональную его часть:

Объем куба $= a^3$, майор его $= a^3M$.

Объем пирамиды при площади основания a^2 по формуле

$$a^2 \cdot \frac{h}{3} = a^3M,$$

причем

$$h = \frac{3a^3M}{a^2} = 3aM,$$

приняв же объем пирамиды равной минор куба $= a^3M^3$, получаем высоту пирамиды равной $3aM^2$ и т. д.

Пропорциональное согласование цилиндра, конуса и шара с кубом. Пропорциональное согласование цилиндров:

а) Считаясь с принятым выше, при решениях согласования квадрата и круга значением $\frac{\pi}{4} = \sqrt{M}$ (таблица X, фигура 3) вписанный в куб a^3 цилиндр, при той же высоте a, равен $\frac{\pi}{4} a^2 \cdot a = a^3\sqrt{M}$. Диаметр его основания a.

б) Объем же и диаметр основания цилиндра, составляющего майор куба, при одинаковой с ним высоте, получаются из формулы цилиндра, обозначив диаметр искомого цилиндра x.

Тогда $\frac{\pi}{4} x^2 a = a^3M$, а поставив вместо $\frac{\pi}{4} - \sqrt{M}$

$ax^2\sqrt{M} = a^3M$ и $x = a\sqrt[4]{M}$ (построение показано на таблице VII, фигура 7).

в) Построение непрерывного ряда пропорциональных между собой цилиндров решается тем же приемом. Так, приняв основной цилиндр с диаметром основания a и высотой h, объемом $\frac{\pi}{4}a^2h = \sqrt{M}a^2h$, получаем объем цилиндра, равного его майор $M\sqrt{M}a^2h$ и определяем его диаметр при той же высоте h из формулы $\sqrt{M}\cdot x^2\cdot h = M\sqrt{M}a^2h$, откуда $x = a\sqrt{M}$ и т. д., т. е. диаметры цилиндров, объемы которых составляют ряд членов геометрической прогрессии золотого сечения, с своей стороны, представляют ряд геометрической прогрессии с знаменателем $\sqrt{M}$.

г) Фигура 5 таблицы X дает решение согласования конуса с кубом и цилиндром.

Куб с основанием M^0. Объем вписанного в него цилиндра $\sqrt{M}$. Высота конуса, поставленного на цилиндр при одинаковой с ним величине площади основания и составляющего майор его объема, получается из формулы

$$\frac{\pi}{4}\cdot\frac{h}{3} = M\sqrt{M}; \qquad \sqrt{M}\cdot\frac{h}{3} = M\sqrt{M},$$

откуда $h = 3M$.

Пропорциональное согласование кубов с шарами. Для согласования куба с шаром определим прежде всего диаметр, объем и поверхность шара, вписанного в куб M^0 по формуле шара

$$\frac{1}{6}\pi D^3 = V,$$

отсюда

диаметр равен $M^0 = 1$ (таблица X, фигура 6)

объем его $\frac{1}{6}\pi = 0{,}5236$

Поверхность шара $= 4\cdot\frac{\pi d^2}{4}$.

Следует отметить, что поверхность шара, приняв, как выше при разборе пропорциональности кругов было указано, $\frac{\pi}{4} = \sqrt{M}$ может также быть принята вместо $4\cdot\frac{\pi}{4}$ равной $4\sqrt{M}$, причем построение квадрата, равного поверхности шара, не представляет затруднения согласно фигуре 7, таблицы VII.

Майор вписанного шара. Объем и диаметр майора вписанного шара решается из формулы $\frac{1}{6}\pi x^3 = \frac{1}{6}\pi M$, откуда:

1) объем майора вписанного шара $= \frac{1}{6}\pi M = 0{,}5236\cdot 0{,}618 = 0{,}3236$,

2) а-диаметр его x из уравнения шара $= \sqrt[3]{M} = 0{,}852$,

3) построение поверхности шара может быть выполнено, как указано выше, из формулы ее $4\cdot 0{,}852\ \sqrt{M}$.

Размеры диаметров и объемов шаров пропорциональных вписанному в куб шару приведены в приложенной таблице.

Таблица шаров пропорционально вписанному в куб шару с диаметром $M^0 = 1$

Объемы шаров	Диаметры шаров
$M^0 = \frac{1}{6}\pi$ 0,5236	$M^0 = 1{,}000$
$M^1 = \frac{1}{6}\pi M = 0{,}5236\times M = 0{,}3236$	$\sqrt[3]{M} = 0{,}852$
$M^2 = \frac{1}{6}\pi M^2 = 0{,}5236\times M^2 = 0{,}2000$	$\sqrt[3]{M^2} = 0{,}852^2 = 0{,}725$
$M^3 = \frac{1}{6}\pi M^3 = 0{,}5236\times M^3 = 0{,}1236$	$\sqrt[3]{M^3} = 0{,}852^3 = 0{,}618$
$M^4 = \frac{1}{6}\pi M^4 = 0{,}5236\times M^4 = 0{,}0764$	$\sqrt[3]{M^4} = 0{,}852^4 = 0{,}526$

Поверхности шаров при тех же объемах

объемы шаров $M^0 = 0{,}5236$	поверхность $= \pi\cdot$
» » $M^1 = 0{,}3236$	» $= \pi\cdot 0{,}852^2$
» » $M^2 = 0{,}2000$	» $= \pi\cdot 0{,}725^2$
» » $M^3 = 0{,}0764$	» $= \pi\cdot 0{,}526^2$
	и т. д.

Шар — майор куба. Диаметр x и поверхность шара M^1, майор куба, M^0 определяется из той же формулы $\frac{1}{6}\pi x^3 = M$, откуда $x^3 = \frac{6M^1}{\pi}$ и диаметр $x = \sqrt[3]{\frac{6M^1}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\cdot\sqrt[3]{M} = 1{,}055$; поверхность шара будет $\pi x^2 = \pi\cdot 1{,}055^2$.

Размеры диаметров, объемов и поверхности шаров, пропорциональных кубу объема M^0, приведены в приложенной таблице.

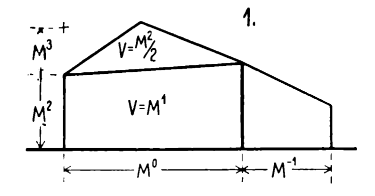
Таблица шаров, пропорциональных кубу M^0

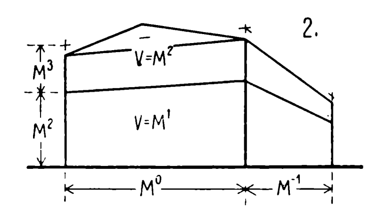
Объемы шаров	Диаметры шаров
$M^0 = 1000$—кубу	$\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} = 1{,}24$
$M^1 = 0{,}618$	$\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\cdot\sqrt[3]{M} = 1{,}24\cdot 0{,}852 = 1{,}055$
$M^2 = 0{,}382$	$\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\cdot\sqrt[3]{M^2} = 1{,}24\cdot 0{,}852^2 = 0{,}899$
$M^3 = 0{,}236$	$\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\cdot\sqrt[3]{M^3} = 1{,}24\cdot 0{,}852^3 = 0{,}766$
	и т. д.

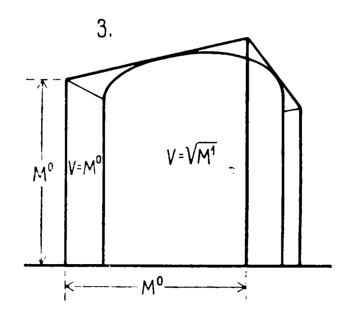
Поверхность шаров, пропорциональных кубу M^0

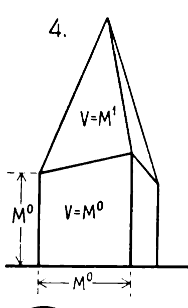
Объем M^0 поверхн.	$\pi\cdot\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} = 3{,}1416\cdot 1{,}24^2 = 4{,}83$
M^1	$\pi\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\right)^2 = 3{,}1416\cdot 1{,}055^2 = 3{,}50$
M^2	$\pi\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\right)^2\cdot\sqrt[3]{M^2} = 3{,}1416\cdot 0{,}899^2 = 2{,}54$
M^3	$\pi\cdot\left(\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}\right)^2\cdot\sqrt[3]{M^3} = 3{,}1416\cdot 0{,}766^2 = 1{,}85$

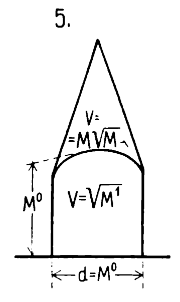
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ОБЪЕМОВ

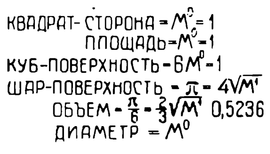


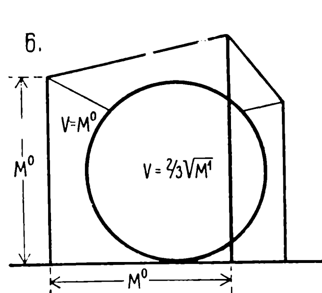


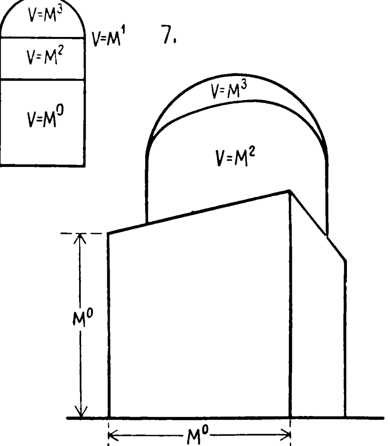












Согласование куба, цилиндра и шара. На фигуре 7 таблицы X изображен куб объемом M^0, на который поставлен цилиндр, диаметром равным стороне куба M^0. Цилиндр завершен полушаром — полукуполом того же диаметра. Приняв при пропорциональном согласовании этих объемов цилиндр с полушаром равным майор куба, решаем эту задачу из формул куба, цилиндра и шара.

Объем куба $M^0 = 1$; объем цилиндра $\frac{\pi}{4} x^1$.

Объем полушара или купола

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \pi = \frac{0{,}5236}{2} = 0{,}\ 618.$$

Следовательно для решения задачи остается решить объем и высоту цилиндра из уравнения — объем цилиндра + объем шара равны M, т. е. $0{,}785\ x + 0{,}2618 = 0{,}618$, откуда получается высота цилиндра $X = 0{,}453$ и объем цилиндра 0,356.

Таким образом полушар может быть с некоторой погрешностью принят равным майор цилиндра, и все три объема: куб, цилиндр и шар согласованы между собой в отношениях целого к майор и минор

$$M^0 + M^1 = M^0 + M^2 + M^3,$$

т. е.

куб $M^0 = 1{,}000$
цилиндр $M^2 = 0{,}356$ вместо 0,382
полушар $M^3 = 0{,}262$ вместо 0,236.

Приведенный нами разбор значения золотого сечения и исключительных его свойств в смысле пропорциональности, а также теоретического применения пропорциональной схемы золотого сечения для решения задач пропорционального деления, как линейных так и плоскостных и объемных масс целого, приводит к заключению, что для полной пропорциональной согласованности архитектурного памятника, представляющего собой во всяком случае объемное решение, требуется пропорциональное согласование прежде всего его линейных размеров по высотам и горизонталям, следствием чего и является пропорциональное решение фасадных площадей и далее всего объема.

В тех случаях, когда приходится по сути композиции предварительно исходить из пропорциональных исканий плоскостных или объемных масс, дальнейшее согласование линейных мер целого является все же неизбежным для достижения в полной мере пропорционального единства.

При этом конечно не следует упускать из виду, что гармоническое решение архитектурного памятника основано не на одной пропорциональности, а на логической связи принципа пропорциональности с остальными моментами художественности, с ритмом и контрастами, с симметрией или асимметричностью, с цветом и игрой светотени, при учете еще и перспективных искажений, причем сознательный разбор пропорциональности памятника, руководствуясь вышеустановленной схемой, должен явиться не моментом созидательной композиции, а проверкой, предварительно намеченных архитектурной композиции, отношений частей архитектурного целого между собой и с этим последним, разработанных на основе решения проблем функциональных, технико-экономических и художественно-архитектурных определенного времени.

Приняв основой проверки пропорциональности архитектурных памятников схему золотого сечения, обратимся за подтверждением ее на лучших памятниках архитектуры прошлого и современности.

Однако, прежде всего, ввиду исключительного значения классического зодчества, остановимся на анализе пропорциональной схемы классики, хотя и основанной не на золотом сечении, а на более примитивной схеме, но в конечном итоге золотому сечению не противоречащей и давшей, благодаря исключительно чуткой, художественной интуиции классического мира, высоко гармонические решения, с ним согласующиеся.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

СХЕМА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ КЛАССИКИ

Основы пропорциональности классики. Численные отношения, отвечающие интервалам октавы, и связь их с отношениями в архитектурных памятниках классики. Пропорции капители портика Парфенона и базы колонны портика Пантеона в интервалах октавы и по золотому сечению.

§ 21. Основы пропорциональности классики

Начало античной культуры, начало расцвета Эллады относится к времени распада двух великих древних цивилизаций мира, прилегающих к ней с Юга и Востока, распада культур Вавилона и Египта, в каждой из которых древние эллины черпали зачатки своей культуры.

Но в то время как на созданных в отдаленные эпохи египетской истории древних пирамидах Мемфиса, на храмах Карнака, Луксора, Эдфу могут быть, благодаря их сохранности, изучены принципы их пропорциональности, уследить этот вопрос на скудных остатках старины в развалинах Месопотамии в настоящее время неосуществимо.

Может быть новые раскопки откроют в будущем тайны того мира, который свои готовые заветы, свою уже в то время старческую культуру, некогда через протосемитов Аравии, принес в долину Нила, где жизнь и культура исторического Египта сложилась из своего местного и этого, перенесенного извне „последователями Гора“ элемента.

В настоящее же время приходится отказаться от разбора памятников Месопотамии и считаться лишь с тем несомненным фактом, что в многочисленных, прекрасно сохранившихся памятниках древнего Египта улавливаются элементы той схемы пропорциональности, применение которой устанавливается уже в первых архаических храмах Эллады, в то раннее время греческой культуры, где трудно допустить самостоятельную в этом направлении работу, без достаточных знаний по математике и теории музыки.

Итак, с достаточной уверенностью можно лишь предположить, что схема пропорциональности, принятая греками с первых же шагов, ясно определившейся во всех своих отраслях культуры древней Эллады, перешла к ним из более древней культуры, была перенесена из Египта, с которым в то время широко наладились как торговые, так и всякие культурные сношения.

Во всяком случае, основы пропорциональности в архитектуре Эллады, как и основы других ее знаний, приходится искать в Египте, в его памятниках и в дошедших до нас старинных его письменах.

В берлинском музее хранится весьма ценная древняя рукопись, так называемая кожаная, из которой усматривается, что еще в глубокой древности египтяне были знакомы с основами геометрии, с основами математики, знаниями совершенно необходимыми им, прежде всего практически, для разграничения и измерения своих полей.

В действительности умение измерять поля было настоятельно необходимо египтянам как народу земледельческому, которому ежегодно вновь приходилось вымерять заново границы отдельных имуществ, так как все самые плодородные самые богатые поля Египта находились в долине Нила, который ежегодно затоплял и заносил их своим илом, уничтожая при этом все установленные ранее границы.

В кожаной рукописи находится подробное описание построения прямого угла, которое применялось при вычислении площади поля. Для этой цели египтяне прибегали к веревке, разделенной узлами на три части в отношении 3 : 4 : 5. Связавши концы веревки в узлах, египтяне вбивали колышки, причем получался прямоугольный, так называемый египетский или Пифагоров треугольник, который и служил основой для дальнейшего производства измерений площади поля.

Насколько египтяне ценили свойства этого треугольника видно хотя бы из описания в той же кожаной рукописи тех религиозных обрядов, которыми сопровождалось торжество закладки пирамиды; главный момент этих торжеств заключался в откладывании фараоном, путем вышенз-

ложенного приема, первого прямого угла вновь сооружаемой царской гробницы.

Но кроме египетского треугольника не трудно уследить на сохранившихся памятниках Египта, как на то уже указывали Виолле ле-Дюк, Генчельман и др., что египтяне в отношениях отдельных частей своих сооружений пользовались еще обладающими не менее выдающимися свойствами равносторонним и равнобедренным прямоугольными треугольниками.

Египтянам также были известны численные величины, отвечающие интервалам октавы, и, признавая, что формальная красота как тех, так и других основана на согласованности их с этими числами, имеющими особое, исключительное значение, они старались эти постоянные численные отношения выразить в частях самых простых правильных фигур — треугольников: правильного, равностороннего и вышеупомянутого египетского.

Витрувий в своем трактате об архитектуре перечисляет употребительные у математиков древности сравнения музыкальных интервалов с отношениями углов правильных фигур, дающих подобные же отношения; так, он сравнивает октаву с отношением угла правильного треугольника к углу правильного шестиугольника: 60° : 120°, как 1 : 2; квинту — с отношением угла правильного треугольника к углу правильного четыреугольника: 60° : 90° или 2 : 3; кварту — с отношением угла правильного четыреугольника к углу правильного шестнугольника 90° : 120° или 3 : 4.

§ 22. Основные законы теории гармонии в музыке и интервалы октавы, известные грекам

По стопам египтян пошел Пифагор. Ему приписывают установление двух основных законов гармонии в музыке, принятых греками: 1) два звука дают гармоническое созвучие, если отношение их колебаний выражается малыми числами; 2) гармоническое трезвучие получается, если к аккорду из двух консонантных звуков придать звук, число колебаний которого находится в гармонической пропорциональной связи с двумя первыми.

Грекам во всяком случае были известны связь между музыкальным звуком струны и длиной этой последней; они более или менее точно выяснили численные соотношения главных музыкальных созвучий и на этих основах установили свою теорию гармонии, строили свои музыкальные инструменты, поверяли также и пропорциональность своих архитектурных памятников.

Наше время в октаве от *do* основного до верхнего *do* различает 7 тонов, а с полутонами 12 тонов, или, считая с повторенными *do*, 13 тонов. Греки же, как и теперь еще арабы и некоторые другие народы, различали и четверти тонов, и их октава состояла из 24 тонов или с повторенными *do* из 25 тонов.

Для выяснения численных величин, которые вошли в пропорциональную схему классики, укажем прежде всего на те численные отношения, которые дают интервалы октавы, считаясь с сравнительными их колебаниями звуков, в тех числах, которые приняты в настоящее время.

Установленные для них отношения получаются, приняв приму *do* или *C* за 1, путем прибавления к ней известных долей этой единицы, а именно:

прима	= 1	= 24/24 =	1	*C*
секунда	= 1 + 3/24	= 27/24 =	9/8 примы	*C*
терция	= 1 + 6/24	= 30/24 =	5/4 „	„
кварта	= 1 + 8/24	= 32/24 =	4/3 „	„
квинта	= 1 + 12/24	= 36/24 =	3/2 „	„
секста	= 1 + 16/24	= 40/24 =	5/3 „	„
септима	= 1 + 21/24	= 45/24 =	15/8 „	„
октава	= 1 + 24/24	= 48/24 =	2 *C*.	

Полутонам между ними придают следующие отношения:

cis	или	*des* = 16/15 *C*	—	10/9 *C*
fis	„	*ges* = 25/18 *C*	—	36/25 *C*
ais	„	*b* = 16/9 *C*	—	9/5 *C*
dis	„	*es* = 6/5 *C*		—
gis	„	*as* = 25/16 *C*	—	8/5 *C*

Графически интервалы октавы могут быть изображены путем деления отрезка прямой *AB* в отношениях, которые им отвечают, считаясь с установленной связью между звуками, издаваемыми струной и ее длиной.

Так, если разделить струну *AB* на две части так, чтобы одна часть была вдвое более другой, то звук, создаваемый короткой струной, — прима, издаваемый длинной струной, — октава, общая же длина струны, отвечающая в данном случае целой прямой, — 3.

Т. е целое — струна прямая разделена на три части, из которых $1/3$ — прима, а $2/3$ — октава.

Таким образом, отрезок прямой *AB* прежде всего делим пополам в точке I, получая этим делением приму.

$$AI : IB = 1 : 1$$

Затем тот же отрезок *AB* делим в точке VIII в отношении 2 : 1

$$A\text{VIII} : \text{VIII}B = 2 : 1,$$

т. е. в отношении октавы.

Все остальные тона октавы дадут деления целого в части отрезка между I и VIII.

Заметим, что деление целого по золотому сечению находится между квинтой и секстой.

Зодчие классики, приняв в основу всякой гармонии, и в том числе гармонии в архитектуре, признанные ими численные отношения консонантных звуков октавы должны были считать гармоничными все деления целого, отвечающие этим отношениям, от примы и до октавы.

Однако отношения непосредственно пропорционально между собой связанных архитектурных частей целого в классических памятниках согласованы почти исключительно по интервалам, наиболее приближающимся к золотому сечению, по интервалам от кварты и до октавы.

Греки, как указано выше, кроме 13 тонов и полутонов, различали еще и четверти тона, и их музыкальная шкала, кроме перечисленных нами, состояла еще из 12 промежуточных тонов.

Считаясь с этими 25 тонами греческой октавы, получаем 10 интервалов от примы до кварты и 14 от этой последней до октавы.

Какие численные отношения были приняты древними греками для полутонов и четвертей тонов, нам неизвестно. Установленные же нами

при разборе памятников классики численные отношения, сравнительно близкие к золотому сечению и отвечающие интервалам от кварты до октавы, следующие:

Тона октавы	Численны отношения октавы	Численные отношения архаических памятников	То же в десятичных знаках
Кварта IV	4 3	4 : 3	1,333
Большая кварта	25/18	7 : 5	1,400
Малая квинта	36/25	$6^2 : 5^2$	1,444
Квинта V	3/2	3 : 2	1,500
Большая квинта	25/ 1	$5^2 : 4^2$	1,555
		11 : 7	1,571
Малая секста	8 5	8 : 5	1,600
Золотое сечение			
Секста VI	5/3	5 : 3	1,666
		12 : 7	1,714
		7 : 4	1,750
Малая септима	16/9	$4^2 : 3^2$	1,777
Септима	9/5	9 : 5	1,800
	15/8	15 : 8	1,875
Октава	2/1	2 : 1	2,000

Приближенные к золотому сечению отношения малых чисел, отвечающих численным отношениям интервалов октавы. По этой таблице можно составить ряд численных величин — приближений к золотому сечению, из которых, как в этом последнем, каждый третий член составляет сумму двух предыдущих с все более близким приближением к золотому сечению.

	По золотому сечению
1 : 2 : 3	1,146 : 1,854 : 3
2 : 3 : 5	1,910 : 3,090 : 5
3 : 5 : 8	3,056 : 4,966 : 8
5 : 8 : 13	4,966 : 8,034 : 13
8 : 13 : 21	8,022 : 12,978 : 21
13 : 21 : 34	12,988 : 21,012 : 34

Отношения сторон и высот треугольников — Пифагорова, равностороннего и прямоугольного равнобедренного, выраженные в интервалах октавы. Часть перечисленных отношений, отвечающих интервалам октавы от кварты до октавы, получается в соотношениях членений простых геометрических фигур. Так:

1) Отношения сторон и гипотенузы Пифагорова треугольника дают: 3:4 | 4:5 | 3:5 |.

2) Отношения сторон и высоты двух Пифагоровых треугольников с одним общим катетом — высотой, дают при высоте 3 — 3:4 4:5 | 5:8 — кварта, секста, терция, при высоте 4 — 4:5 5:6 2:3 — квинта, терция.

3) В равностороннем треугольнике:

а) отношение высоты к половине основания дает отношение

$\sqrt{3}:1$ или 1,7321..., близкое к отношениям 12:7 или 1,7143..; или 7:4 = 1,75

б) отношение высоты к основанию дает отношение 0,866, близкое к отношениям *dis* — 0,853 или $M^0 — M^1$ золотого сечения равное 0,875.

в) в двух треугольниках, получаемых от деления правильного треугольника перпендикуляром опущенным из вершины его на основание, углы относятся как: 4:2:3 — квинта кварта и октава;

г) как выше указано, отношение угла правильного треугольника к углу квадрата 60° : 90° = 2 : 3 — квинта, отношение угла правильного треугольника к углу правильного шестиугольника 60° : 120° = 1 : 2 — октава;

4) в равнобедренном прямоугольном треугольнике, составляющем половину квадрата:

отношение гипотенузы к катету $\sqrt{2}:1 = 1,4142$, близкое к отношению 5:7 — *des* — уменьшенная квинта;

отношение углов в нем 1:2 — октава;

5) отношение полуокружности к диаметру круга, равное $\frac{1}{2}\pi = 1,570796$ почти равно 11 : 7 = 1,571..., большая квинта = 1,5625 = 25 : 16.

В разобранных нами архитектурных памятниках Греции и Рима в последовательно между собой связанных архитектурных частях удалось установить: чаще всего — до 100 случаев — применение отношения 2 : 1, т. е. октавы, а также и квинты 3 : 2; более 50 случаев применения отношения 4 : 3 кварты, 5 : 3 — большой и 8 : 5 — малой сексты; до 60 случаев применения отношения 7 : 5, близкое большой кварте; 40 случаев — применения отношения 25:16 — большой квинты; 70 случаев — отношения 16 : 9 и 15 : 8 — большой и малой септимы.

Кроме перечисленных, нашли себе применение, хотя и реже, численные отношения, отвечающие остальным интервалам октавы.

Нам известно, что греки времени своего расцвета знали и оценили то выдающееся значение, которое представляет собой деление в среднем и крайнем отношении, деление золотого сечения. Причина, почему зодчие классики тем не менее не приняли его, а довольствовались более или менее близкими к нему численными приближениями, лежит без сомнения как в том, освещенном веками, значении, которое придавалось численным отношениям интервалов октавы, признававшимся постоянными величинами, обусловливающими всякую гармонию, так и в простоте их применения. К тому же золотое сечение, геометрически простое и четкое, дает все же, неприемлемые для древних греков, иррациональные численные величины.

Античность признавала только естественные, положительные числа, в то время как представление об иррациональных числах или о бесконечных десятичных дробях оставалось для того времени еще недоступным.

На это указывает хотя бы и позднегреческий миф, согласно которому „тот, кто впервые извлек рассмотрение иррационального из сокровенности и передал его гласности, погиб при кораблекрушении, так как все нечеткое, богами скрытое, как безобразное, должно навсегда оставаться сокровенным“.

Самый же выбор численных отношений интервалов октавы, наиболее близких к золотому сечению принятый греками-зодчими, давал им вполне приемлемые для их архитектурного вкуса решения.

Если однако в отношениях архитектурных частей классических памятников встречаются не только интервалы, наиболее близкие к золотому сечению, то и это обстоятельство отнюдь не противоречит существу взаимной согласованности золотого сечения и численной схемы интервалов музыки.

Связь всех консонантных интервалов октавы с отношениями, получаемыми делением целого по схеме золотого сечения, несомненна.

Для подтверждения этого положения приведем таблицу численных величин, отвечающих делению прямой по интервалам октавы и по прогрессии золотого сечения, с указанием как тех интервалов, которые соответствуют отдельным членам прогрессии золотого сечения, так и выражений основных тонов октавы по схеме золотого сечения.

4) Кварта $\frac{4}{3} = \frac{4}{6}$ октавы $= \frac{2}{3}$, т. е. тому же отношению по золотому сечению, как и квинта:

$$\frac{M^1 + \frac{1}{2} M}{M^1}.$$

5) Терция $\frac{5}{4} = \frac{5}{8}$ октавы $= \frac{M^1}{M^0} = \frac{0.618}{1} \left(\frac{5}{8} = \frac{0,625}{1}\right).$

Для выявления согласованности в классических памятниках зодчества их пропорций, рассмотренных под углом зрения золотого сечения, с одной стороны, и интервалов октавы, с другой, приведем соответствующий разбор двух сравнительно простых классических архитектурных деталей: капители с перистиля Парфенона и базы с портика Пантеона.

§ 23. Таблица пропорционального деления прямой по отношениям, отвечающим интервалам октавы, и по золотому сечению

(таблица XI, фигура 1)

	А. Деления целого по интервалам октавы							В. Деления по золотому сечению		
	Интервалы тонов и полутонов		Отношения к приме чисел их колебаний			Отношение колебан. и длины струны		Прямое		Обратное (дополн. до целого)
I	Прима	c	cc	1 : 1	1,00		1	M^0	1	
	Увелич. прима	cis	$cc : c_1c$	25 : 24	1,0416	24 : 25	0,96	$1 - M^7$	0,966	$M^7 = 0{,}034$ ок. 1/30
	Малая секунда	es	$cc : D_1c$	16 : 15	1,066	15 : 16	0,9375	$1 - M^6$	0,944	$M^6 = 0{,}056$ ок. 1/18
II	Секунда	e	$cc : dc$	10 : 9	1,111	9 : 10	0,9	$1 - M^5$	0,91	$M = 0{,}09$ ок. 1/11
	Секунда	d	$cc : dc$	9 : 8	1,125	8 : 9	0,888	$1 - M^5 - M$	0,889	
	Увелич. секунда	dis	$cc : d_3c$	75 : 64	1,718	64 : 75	0,853	$1 - M^4$	0,854	$M^4 = 0.146$ ок. 1/7
	Уменьш. терция	es	$cc : e_1c$	6 : 5	.2	5 : 6	0,833	$1 - M^4 - M^8$	0,833	
III	Терция	e	$cc : ec$	5 : 4	1,25	4 : 5	0,8	$1 - M^4 - M^6$	0,798	
	Увелич. терция	eis	$cc : e_2c$	125 : 96	1,302	96 : 125	0,768	$1 - M^3$	0,764	$M^3 = 0{,}236$ ок. 1/4
	Кварта	f	$cc : fc$	4 : 3	1,333	3 : 4	0,75	$1 - M^3 - M^9$	0,751	
	Уменьш. квинта	ges	$cc : g_1c$	36 : 25	1,44	25 : 36	0,694	$1 - M^3 - M^6 - M^9$	0,695	
	Квинта	g	$cc : gc$	3 : 2	1.5	2 : 3	0,666	$1 - M^3 - M^5$	0,674	
	Уменьш. секста	as	$cc : a_1c$	8 : 5	1,6	5 : 8	0,625	$1 - M^2 - M^1$	0,618	$M^2 = 0{,}382$ ок 8/13
V	Секста	a	$cc : ac$	5 : 3	1,666	3 : 5	0.6	$1 - M^2 - M^8$	0,597	
	Уменьш. септима	ais	$cc : h_1c$	16 : 9	1,777	9 : 16	0,562	$1 - M^2 - M^6$	0,562	
VII	Септима	h	$cc : hc$	15 : 8	1,875	8 : 15	0,533	$1 - M^2 - M^5$	0,528	
VIII	Октава	c	$cc : cc$	2 : 1	2,00	1 : 2	0,5			

Из таблицы видно, что деления целого M^0 по золотому сечению M^1, M^2, M^3, M^4, M^5, M^6, M^7 — отвечают соответственно, с более или менее незначительными погрешностями, полутонам; *as*, *eis*, *dis*, *e*, *es* и *cis*.

Основные же интервалы октавы 2 : 1; 5 : 3; 3 : 2; 4 : 3 и 5 : 4 выражаются следующими отношениями золотого сечения:

1) Октава $\frac{2}{1} = \frac{M^0 + M^3}{M^1} = \frac{1,236}{0,618} = \frac{2}{1}$

2) Секста $\frac{5}{3} = \frac{M^0 + M^7}{M^1} = \frac{1,034}{0,618} = \frac{5}{3} = 1,66$

3) Квинта $\frac{3}{2} = \frac{M^1 + \frac{1}{2} M}{M^1} = \frac{0,927}{0,618} = \frac{3}{2} = 1,66$

§ 24. Пропорции капители колонны Парфенона

Пропорции капители колонны портика Парфенона в интервалах октавы

(таблица XI, фигура 2)

				Расчеты	В натуре
1	Верхний диаметр . .	$d = 2fe$	5	1,432	1,432
	Высота капители . .	ae	3	0,859	0,861
2.	Высота	ae	5	0,861	0,861
	Абак	de	2	0,344	0,347
	Эхин с ремешками .	bd	2	0,344	0,355
	Шейка	ab	1	0,172	0,179
3.	Высота абака	de	5	0,345	0,349
	Вынос абака	g	4	0,276	0,274
	Эхин с ремешками .	bd	5	0,344	0,345
	Эхин без ремешков .	cd	4	0,276	0,274

Отсюда высота ремешков $1 = 0{,}068$, в нат. 0,061. Согласно приведенным в таблице отношениям:

1) $d:AE - 5:3 =$ сексте (диам. к выс. кап.)
2) $ae:ad - 5:3 =$ сексте (кап. к эх. с шейк.)
3) $ed:dc - 5:4 =$ терции (абак к эхину)
4) $ad:de - 3:2 =$ квинте (эх. с шейк. к абаку)
5) $bd:cd - 5:4 =$ терции (эхин с рем. к эхину без рем.)
6) $dc:ab - 8:5 =$ мал. сексте (эхин к шейке)
7) $de:ge - 5:4 =$ терции (высота к выносу абака)
8) $ae:ef - 6:5 =$ терции (высота кап. к верхн. радиусу)
9) $ef:be - 25:24$ увел. приме (верхн. рад. к выс. кап. без шейки)

Пропорции капители Парфенона по золотому сечению

				Расчеты	В натуре
1. Верх. диам.	$2fe$	S	Целое M^0	1,432	1,432
Высота кап.	ae	M	Майор M^1	0,885	0,861
2. Высота кап.	ae	S	Целое M^0	0,861	0,861
Эхин и шейка	ad	M	Майор M^1	0,532	0,515—0,513
Абак	ed	m	Минор M^2	0,329	0,345—0,349
3. Эхин и шейка	ad	S	Целое M^1	0,532	0,515
Эхин (до серед. ремешк.		M	Майор M^2	0,329	0,304
Шейка (ремешк.		m	Минор M^3	0,203	0,209
Ремешки Высота 4 рем.			M^6	0,482	
4. Высота капит.	ae	S	Целое M^0	0,861	
Вынос абака	ef	m	Минор M^2	0,329	

Причем вынос капители равен

$$1{,}432 + 0{,}329 + 0{,}329 = 2{,}090 \text{ (по нат. } 2 - 2{,}091).$$

Из этого сопоставления пропорций капители Парфенона, близко согласованных с делениями целого, отвечающими интервалам октавы, вытекает соответствие получаемых отношений с пропорциональными делениями по золотому сечению.

При этом следует указать, что в отношениях, установленных по золотому сечению, принято не случайное совпадение тех или иных частей капители, а взяты отношения частей, по существу своего значения друг от друга зависимых. Так:

1) высота капители поставлена в соотношение с верхним диаметром, составляя его майор;

2) вся высота капители, как целое, пропорционально разбито на майор — поддерживающие круглые в плане обломы капители — эхин и шейку, составляющие переход от круглого ствола колонны к верхним прямоугольным архитектурным частям, и на минор — квадратный в плане абак, дающий с своей стороны переход к архитраву;

3) высота круглых в плане обломов эхин и шейка в свою очередь разделены на верхний поддерживающий абак, эхин и на переходную часть ствола, на шейку;

4) ремешки, связывающие ствол, связывающие его каннелюры, поставлены в связь, как с эхином капители, так и с шейкой колонны.

§ 25. Пропорции базы колонны портика Пантеона

Приведем еще одну подробно развитую параллель несколько более сложной архитектурной формы классического зодчества Рима — разбор базы коринфского ордера портика Пантеона в Риме для выявления и в ней той же согласованности схемы пропорционального деления по интервалам октавы и по золотому сечению.

Пропорции базы колонны наружного ордера Пантеона, установленные в интервалах октавы (таблица XI, фигура 3)

	Расчет. разм.	В натуре
1. Высота базы равна нижнему радиусу колонны		
Нижний диаметр	$D = 1{,}468$	1,468
Высота базы без пояска ствола колонны	$an = R = 0{,}734$	0,734

Отсюда отношение диаметра колонны к высоте ее базы

$$D:an = 2:1 = \text{октаве или}$$
$$R:an = 1:1 = \text{приме}.$$

2. Римско-коринфская база состоит из: а) нижнего, верхнего и двух средних полувалов, б) нижнего плинта, в) переходных выкружек и поясков.

Из этих обломов верхние обломы принимают тяжесть колонны, нижние — плинт и большой полувал с их выкружкой — распределяют ее на стилобат портика.

Отсюда первое основное деление базы на пропорциональные части должно выделить группу верхних обломов от группы нижних.

Это основное деление четко отмечено как при классическом пропорциональном делении, так и при золотом сечении.

	Расч. размер	В натуре
Высота базы без пояска ствола разделена на 5 частей	$an = 5$ ч. $= 0{,}734$	0,734
Высота нижних распределит. обломов	$ae = 3$ ч. $= 0{,}44$	0,44
Высота верхних обломов	$en = 2$ ч. $= 0{,}294$	0,294

Отсюда отношение высоты всей базы к распределительным нижним обломам $an:ae$ — отвечает интервалу сексты 5/3, а отношение нижней части к верхним обломам — интервалу квинты $ae:en = 3/2$.

3. Деление высоты базы на те же пять равных частей дает второе типичное членение базы, выделяя верхний ее полувал от всей остальной базы, а именно:

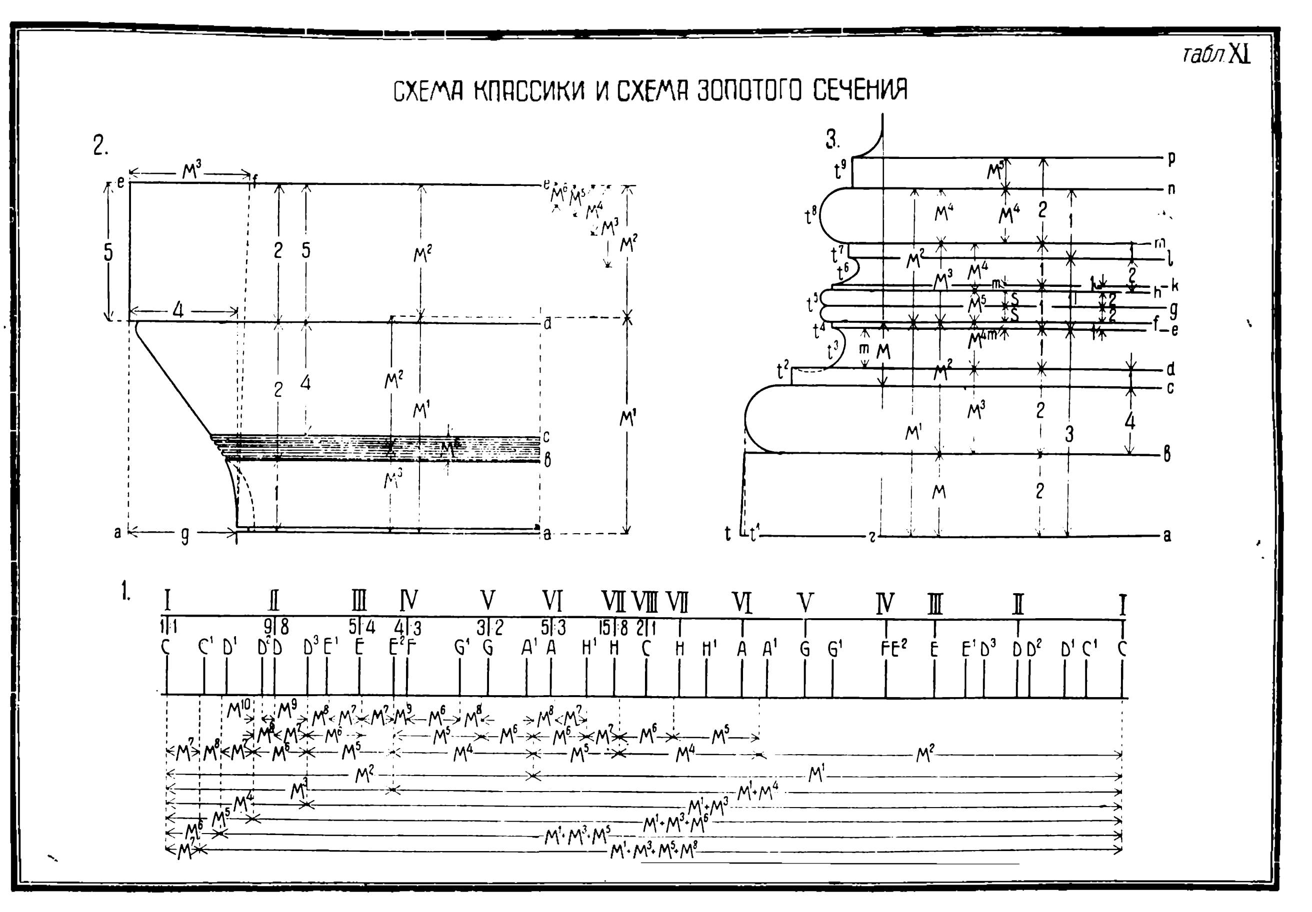
	Расч. размер	В натуре
Вся высота базы	$an = 5 = 0{,}734$	0,734
Высота базы без верхнего полувала	$al = 4 = 0{,}5872$	0,5875

т. е. $an:al = 5/4$ отвечает интервалу терции; отсюда

$$ln = 1 = 0{,}1468 \quad 0{,}1465$$

и $al:ae = 4/3$ — интервал кварты.

4. Нижние распределительные обломы в свою очередь четко разделяются на квадратный в плане плинт и на круглые в плане, над ним лежащие, полувал и выкружку. Их отношения следующие:


табл. XI
СХЕМА КЛАССИКИ И СХЕМА ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ
2.
3.
1.
I II III IV V VI VII VIII VII VI V IV III II I
1|1 9|8 5|4 4|3 3|2 5|3 15|8 2|1
C C' D' D² D D³ E' E E² F G' G A' A H' H C H H' A A' G G' F E² E E' D³ D D² D' C' C

		Расч. размер	В натуре
а) вся высота нижних распределительн. обломов	$ae = 5$	$= 0{,}44$	0,44
верхние круглые в плане обломы	$be = 3$	$= 0{,}26$	40,2634
нижний плинт	$ab = 2$	$= 0{,}176$	0,177

и далее

б) верхние над плинтом лежащие обломы	$be = 3$	$= 0{,}264$	0,2634
большой полувал с его полочкой	$bd = 2$	$= 0{,}176$	0,1777
выкружка	$de = 1$	$= 0{,}088$	0,0857

Следовательно:

$ac : be = 5/3 =$ сексте
$bc : ab = 3/2 =$ квинте
$bc : bd = 3/2 =$ квинте
$bd : de = 2/1 =$ октаве
$ae : ad = 5/4 =$ терции

в) вал и полочка над ним	$bd = 5$	$= 0{,}176$	0,1777
вал без полочки	$bc = 4$	$= 0{,}1408$	0,141
откуда	$cd = 1$	$= 0{,}0352$	0,0367

т. е. $bd : dc = 5/4 =$ терции.

5. Как в нижних обломах плинт, так в верхних обломах первенствующую роль играет полувал, принимающий непосредственно груз колонны, вследствие чего является логичным в первую голову выделить его из числа остальных обломов.

Выше мы определили его отношение ко всей высоте базы, приняв его совместно с переходной под ним полочкой. Взяв же один вал, получаем следующее отношение:

а) верхние распределительные обломы	$en = 5$	$= 0{,}294$	0,292
поддерживающие полувал обломы	$em = 3$	$= 0{,}1764$	0,1789
высота полувала	$mn = 2$	$= 0{,}1176$	0,114

отсюда

$en : em = 5/3 =$ сексте
$em : mn = 3/2 =$ квинте

б) поддерживающие полувал обломы	$em = 2$	$= 0{,}1764$	0,1789
выкружка с верхней полочкой	$km = 1$	$= 0{,}0882$	0,0895
валики и их полочки	$ek = 1$	$= 0{,}0882$	0,0894

откуда

$em : km$ и $em : ek = 2/1 =$ октаве

в) выкружка и полочка над ней	$km = 3$	$= 0{,}0882$	0,0895
высота выкружки	$kl = 2$	$= 0{,}0588$	0,057
высота полочки	$lm = 1$	$= 0{,}0294$	0,0325

$km : kl = 3/2 =$ квинте
$kl : lm = 2/1 =$ октаве,

а также

$ek : kl : lm = 3 : 2 : 1$, откуда
$el : lm = 6/5 =$ малой терции
$el : ek = 5/3 =$ сексте
$ek : kl = 3/2 =$ квинте

г) два средних валика с их полочками	$ek = 6$	$= 0{,}0882$	0,0894
каждый валик	$fg = gh = 2$	$= 0{,}0294$	0,0325
каждая полочка	$kh = fe = 1$	$= 0{,}0147$	0,0122

откуда

$kc : kf = 3/2 =$ квинте
$ke : he = ke : kf = 6/5 =$ малой терции
$gh : hk = gf : fe = 2/1 =$ октаве

6. Самостоятельная высота базы должна быть принята без полочки колонны, составляющей неотъемлемую часть ствола этой последней, но тем не менее она должна быть пропорционально согласована с базой. В данном случае:

а) верхний вал	$mn = 2$	$= 0{,}1176$	0,114
полочка ствола кол.	$np = 1$	$= 0{,}0588$	0,0651
б) высота базы с полочкой колонны	$ap = 9$	$= 0{,}792$	0,799
высота нижних поддерживающих обломов	$ae = 5$	$= 0{,}44$	0,44
верхние обломы с полочкой колонны	$ep = 4$	$= 0{,}352$	0,359
нижний плинт и вал	$ac = 4$	$= 0{,}352$	0,3547
верхние обломы	$cp = 5$	$= 0{,}44$	0,4443

а также

вся высота базы	$ap = 3$	$= 0{,}792$	0,799
нижние обломы до верхней выкружки	$ak = 2$	$= 0{,}528$	0,5304
выкружка вал и полочка ствола	$kp = 1$	$= 0{,}264$	0,2686

причем

$ap : ae = 9/5$ отвечает малой септиме
$ae : ep = 5/4$ „ терции
$cp : ac = 5/4$ „ терции
$ak : kp = 2/1$ „ октаве
$ad : dm : mp$ отвечают кварте и квинте $4 : 3 : 2$.

Закончив пропорциональный разбор высот базы, подчеркнув логическую связь всех ее пропорциональных членений, следует провести тот же пропорциональный разбор ее по горизонталям.

7. а) Высота базы	$an = 5$	$= 0{,}734$	0,734
высота распределит. нижних обломов базы	$ae = 3$	$= 0{,}44$	0,44
вынос базы от тела колонны	$rt = 2$	$= 0{,}294$	0,294

и следовательно $ae : rt = 3/2$ — квинта

или, приняв вынос плинта в отношении к его высоте:

высота плинта	$ab = 3$	$= 0{,}177$	0,177
вынос плинта	$rt = 5$	$= 0{,}295$	0,294

причем $rt : ab = 5/3$ — секста

б) высота нижнего вала	$bc = 1$	$= 0{,}1408$	0,141
вынос нижнего вала	$rt = 2$	$= 0{,}2816$	0,2818
в) вынос нижнего вала	$rt = 3$	$= 0{,}2816$	0,2818
вынос полочки над ним	$rt_2 = 2$	$= 0{,}1877$	0,188
г) вынос нижней полочки выкружки	$rt_2 = 7$	$= 0{,}1877$	0,188
вынос шейки выкружки	$rt_3 = 3$	$= 0{,}08$	0,08
вынос верхней полочки	$rt_4 = 4$	$= 0{,}107$	0,104

д)	высота двух валиков	fh	$= 1 = 0{,}065$	0,065
	вынос их	rt_5	$= 2 = 0{,}13$	0,1288
е)	вынос нижней полочки верхней выкружки	rt_4	$= 2 = 0{,}107$	0,104
	вынос шейки выкружки	rt_6	$= 1 = 0{,}053$	0,0492
ж)	высота верхней выкружки	kl	$= 3 = 0{,}0588$	0,057
	вынос ее верхней полочки	rt_7	$= 4 = 0{,}078$	0,074
з)	высота верхнего вала .	mn	$= 8 = 0{,}114$	0,114
	вынос его	rt_8	$= 9 = 0{,}13$	0,129
и)	высота полочки ствола	np	$= 1 = 0{,}0651$	0,0651
	вынос ее	rt_9	$= 1 = 0{,}0651$	0,0676

отсюда

$bc : rt_1 = 2/1$	отвечает интервалу	октавы
$rt_1 : rt_2 = 3/2$	" "	квинты
$rt_2 : rt_3 = 4/3$	" "	кварты
$rt_5 : fh = 2/1$	" "	октавы
$rt_4 : rt_6 = 2/1$	" "	октавы
$rt_7 : kl = 4/3$	" "	кварты
$rt_8 : mn = 9/8$	" "	секунды
$pn : rt_9 = 1/1$	" "	примы

Пропорции базы колонны наружного ордера Пантеона, установленные по схеме золотого сечения. Разбор пропорции базы колонны Пантеона по золотому сечению поведем по той же схеме логического, постепенного деления сперва целой высоты на две пропорциональные между собой и к целой высоте основные части, в наиболее четких ее членениях, продолжая затем постепенно также деление над каждой вновь полученной частью целого.

Исходной высотой, как и в предыдущем случае, примем чистую высоту базы до полочки ствола колонны an, равную нижнему радиусу колонны. Первое деление по золотому сечению на больший и меньший отрезок, на майор и на минор, как и при делении по пропорциональной консонантной схеме классики, должно пройти и проходит по первому естественному членению базы на нижние распределяющие и на верхние принимающие груз колонны обломы, лишь с той разницей, что полочка-ленточка над нижней выкружкой в первом случае включается в число верхних принимающих груз обломов, а при золотом сечении в число нижних распределительных обломов, что следует признать более правильным.

Дальнейшее членение идет, как и в консонантной схеме, путем постепенного выделения отдельных самостоятельных обломов, образующих базу.

					Пропор.	В нат.
1.	Высота всей базы .	an	целое	M^0	0,734	0,734
	нижней части базы.	af	майор	M^1	0,454	0,453
	верхней части базы	fn	минор	M^2	0,280	0,279
2. а)	Нижн. части базы	af	целое	M^1	0,454	0,453
	вал с выкружкой	bf	майор	M^2	0,286	0,276
	плинт	ab	минор	M^3	0,174	0,177
б)	вал с выкружкой	bf	целое	M^2	0,280	0,276
	вал с полочкой над ним	bd	майор	M^3	0,174	0,178
	выкружка с полочкой	df	минор	M^4	0,107	0,098
3. а)	Верхние обломы базы	fn	целое	M^2	0,280	0,279
	валики и выкружка	fm	майор	M^3	0,174	0,168
	верхний вал . . .	mn	минор	M^4	0,107	0,114
б)	2 валика и выкружка	fm	целое	M^3	0,174	0,168
	выкружка с полочкой	mh	майор	M^4	0,107	0,102
	два смежных валика	hf	минор	M^5	0,066	0,065

Установив основные членения, определим пропорциональные размеры высот переходных обломов и в связи с этим и полное пропорциональное членение всей высоты базы.

4.	Высота нижнего вала с верхней полочкой	bd		M^3	0,174	0,178
	высота полочки .	cd		M^6	0,041	0,0367

отсюда

	высота ниж. вала	bc		$M^3 - M^6$	0,133	0,141
5.	Нижняя выкружка с верхней своей полочкой	df		M^4	0,107	0,098
	верхняя ее полочка	ef		M^8	0,0156	0,0122
	высота выкружки	de		$M^4 - M^8$	0,0914	0,0857
6. а)	Верхняя выкружка с двумя ее полочками	hm	целое	M^4	0,107	0,102
	одна выкружка .	kl	майор	M^5	0,066	0,057
	обе полочки	$hk + lm$	минор	M^6	0,041	0,0457
б)	обе полочки выкружки . . .	$hk + lm$	целое	M^6	0,041	0,0457
	верхняя полочка	lm	майор	M^7	0,025	0,0325
	нижняя полочка .	hk	минор	M^8	0,0156	0,0122
в)	высота верхн. вала	mn	целое	M^4	0,107	0,114
	полочка ствола колоны	np	майор	M^5	0,066	0,065

Таким образом, с незначительными сравнительно поправками, все вертикальные членения базы колонны Пантеона согласованы и с золотым сечением, придерживаясь того же приема постепенных делений целого, принятого в классической консонантной схеме.

То же дает и горизонтальное членение базы, ее выносы.

Пропорциональные отношения выносов базы.

7. а)	Высота всей базы . . .	an	целое	M^0	0,734	0,734
	высота нижней, распределительной ее части . .	af	майор	M^1	0,454	0,453
	вынос базы от тела колонны (вынос вала) .	rt	минор	M^2	0,280	0,281
б)	высота плинта	ab	минор	M^3	0,174	
	вынос плинта	rt	майор	M^2	0,280	0,294

(в натуре выступает против линии полувала)

в)	вынос базы . rt	майор M^2	0,280	0,281
	вынос первой полочки rt_2	минор M^3	0,174	0,188
г)	вынос первой полочки rt_2	майор M^3	0,174	0,188
	вынос 2-й и 3-й полочек rt_4	минор M^4	0,107	0,1043
д)	вынос 2-й и 3-й полочек rt_4	майор M^4	0,107	0,1043
	вынос полочки ствола колонны . . . rt_9	минор M^5	0,066	0,0676
е)	вынос двух полуваликов rt_5	майор $M^4 + M^7$	0,132	0,1288
	вынос шейки нижней выкружки . rt_3	минор $M^5 + M^9$	0,0816	0,08
ж)	вынос 4-й полочки . . . rt_7	$M^5 + M^9$	0,075	0,074
	вынос шейки верхней выкружки . rt_6	$M^5 - M^9$	0,05	0,049

Анализ полученных двумя пропорциональными схемами решений для базы колонны Пантеона приводит к следующему результату:

а) Размеры отдельных частей и отношения их между собой и с целым, получаемые как той, так и другой схемой, близки между собой.

б) Золотым сечением, где каждый облом как по вертикали, так и по горизонтали неразрывно связан с целым, достигается полная пропорциональная связь всех между собой и с целым отношений, в то время как при консонантной схеме четко уловимой связи не получается.

в) При консонантной схеме отношения непосредственно связанных друг с другом отдельных частей целого, выраженные малыми числами, вполне приемлемы и воспринимаются легко, но общего сочетания их в просто уловимое целое не достигнуто.

г) В базе колонны Пантеона возможных разных отношений между собой высот основных обломов вдвое меньше при золотом сечении, чем при консонантной схеме:

по консонантной схеме	классики	по золот. сечен.
нижний плинт частей	6	M^3
нижн. полувал „	6	M^3
нижн. выкружка „	3	M^4
два средн. валика „	3	M^5
верхн. выкружка „	3	M^4
верхний полувал „	4	M^4
полочка ствола кол. частей	2	M^5
вся высота базы частей	27	M^0
Возможных разных отношений .	18	9

при случайных, произвольных размерах высот обломов — возможных отношений $8 \cdot 7 = 56$.

Отсюда экономия восприятия, при той и другой пропорциональных схемах, против анархического деления весьма значительна и по золотому сечению вдвое больше, чем при консонантной схеме.

Та же картина получается при сравнении отношений всех обломов с их полочками:

по консонантной схеме	классики	по золот. сечению
нижний плинт частей	28	M^3
нижний полувал . . .	22	$M^3 - M^6$
полочка	6	M^6
нижняя выкружка .	14	$M^4 - M^8$
полочка	2	M^8
полувалик	5	$\frac{M^5}{2}$
полувалик	5	$\frac{M^5}{2}$
полочка	2	M^8
верхня выкружка . .	9	M^5
полочка	5	M^7
верхний полувал . . .	18	M^4
полочка ствола кон. .	10	M^5
вся высота	126	M^0
Возможных разных отношений	90	48

при анархическом делении $13 \cdot 12 = 156$ возможных разных отношений.

Подробный разбор двух выдающихся примеров классического зодчества расцвета Эллады и Рима (Парфенон около 440 лет до нашего летосчисления и Пантеон около 120 лет после него) приведен для выяснения классической схемы пропорциональности и для параллельного выявления согласованности ее со схемой золотого сечения, по своей целостности значительно ее превосходящей, которая в силу этого и должна быть призвана заменить ее в современном зодчестве и которая также в отношении пропорциональности представляет собой эволюционный этап в развитии архитектуры вообще.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

АНАЛИЗ ПРОПОРЦИЙ АРХИТЕКТУРНЫХ ПАМЯТНИКОВ КЛАССИКИ И ДРУГИХ СТИЛЕЙ И ИХ СОГЛАСОВАННОСТЬ С ЗОЛОТЫМ СЕЧЕНИЕМ

Анализ пропорциональности памятников Египта и классики. Пирамида Египта. Парфенон. Портики Греции и Рима. Пантеон. Пропорции Византии, Возрождения, барокко, готики и древнерусского зодчества.

§ 26. Золотое сечение в памятниках Египта и Эллады

Во всех сохранившихся архитектурных памятниках древнего Египта устанавливается широкое применение отношений отдельных архитектурных частей между собой, отвечающих численным значениям интервалов октавы, причем особо резко бросается в глаза выбор наиболее близких численных отношений к золотому сечению или выбор тех интервалов октавы, которые незначительно уклоняются от него.

Пирамиды Египта. Большая пирамида фараона IV династии Хуфу, возведенная с 3733—3700 г. до нашей эры. Размеры арх. Ле-Пера[1] взяты с учетом существовавшей некогда облицовки. Настоящая высота без облицовки и без разобранной верхушки 138 *м*.

Сторона ее основания . 8 = 232,747 *м* — по Ле-Пер
высота ее . . . . 5 = 145 46 *м* — по Ле-Пер 145,417

8 : 5 интервал малой сексты

При основании 232,747 майор составляет 143,84 *м*.

2) Пирамида фараона Хафра, возведенная с 3666 по 3633 г.

Сторона ее основания . . 5^2 = 215 *м* — по Ле-Пер
высота ее . . . . 4^2 = 137,6 *м* (138 по Ле-Пер)

Отношение $^{25}/_{16}$ есть интервал увеличенной квинты (*gis*).

Приняв сторону основания 215, ее майор дает 132,87 *м*.

3) Пирамида фараона Менхара, возведенная с 3633 по 3600 г.

Сторона основания . 13 = 108 *м* — по Ле-Пер
высота ее . . . . 8 = 66,4 *м* (66 по Ле-Пер)

Отношение $^{13}/_{8}$, наиболее близкое численное отношение к золотому сечению, которое дает при основании 108—66,75 *м*, в то время как ближайшие интервалы — малая секста $^{8}/_{5}$ и секста $^{5}/_{3}$ дают 67,5 и 64,8 *м*.

Точная проверка установленных Ле-Пером размеров пирамиды, ввиду полученных по его измерениям данных, крайне интересна и могла бы осветить теоретическое знание таких математических проблем, как золотое сечение, в эту отдаленную эпоху человеческой культуры, осветить вопрос о сохранившихся в древнем Египте знаниях погибших культур.

В архитектурных памятниках древней Греции принцип применения небольших численных величин для определения отношений отдельных архитектурных частей между собой не подлежит сомнению. Он подтверждается точным совпадением измеренных в натуре отношений связанных по своему значению архитектурных частей с теми или другими отношениями выраженных в численных величинах интервалов октавы.

Параллельно, однако, с этим сознательно внесенным принципом пропорциональности не трудно проследить интуитивно достигнутую согласованность отношений основных архитектурных частей между собой согласно закону золотого сечения.

---

[1] Description de l'Egypte. Paris, 1809—1822 Le-Père, изд. Наполеоновской комиссии 1809—1822 г.

[2] Очевидно, речь идет о некоторых предположениях в отношении интуитивных поправок на пропорции у египтян. Хотя сущность примитивной геометрии, существовавшей в Египте, наукой не установлена до настоящего времени, все же „теоретическое знание таких математических проблем, как золотое сечение" предполагает более развитое состояние геометрии и математики, чем то, о котором история располагает для египта данного периода. *Ред.*

§ 27. Анализ пропорций Парфенона

Парфенон возведен с 451—438 г. (рис. 5, стр. 80) Иктином и Калликратом.

При пропорциональном разборе указаны измерения с натуры архитекторов Реветт,[1] Мань[2] и Пенроз,[3] причем английский фут принят равным 0,304794 метра.

Парфенон признан совершеннейшим из сохранившихся памятников Эллады, красота которого в настоящем своем, сильно разрушенном, виде зиждется в значительной мере на правильном соотношении отдельных его архитектурных частей между собой.

Проследив применение строителем Парфенона отношений, отвечающих численным величинам интервалов октавы, отметив как принятые ими отношения, так и параллельно с последними, бессознательно, интуитивно достигнутую согласованность частей архитектурного целого с золотым сечением, — получим картину пропорциональности целого.

При этом полное совпадение отношений архитектурных частей с отношениями интервалов октавы при близком, но не точном совпадении их с расчетными данными, получаемыми по схеме золотого сечения, подтверждает интуитивно достигнутое совпадение этих отношений с общим законом пропорциональности

1) Основное отношение ширины и высоты главного портика. Ширина в нижней ступени стилобата (таблица XII, фигура 1).

$AB = 12 = 33{,}6$ *м* (33,63 –33,727)

размеры в скобах показаны по измерениям в натуре архитекторами Реветт, Мань и Пенроз.

Высота портика

AC $7 = 19{,}6$ (19,528—19,598), т. е.

общая ширина к общей высоте портика отвечает малой септиме — 33,727 и 19,518.

Золотое сечение дает отношение той же высоты портика к ширине его в выносе слезника.

Приняв высоту портика $M^0 = 19{,}528—19{,}598$

ширина портика в выносе слезника . . $M^1 = 31{,}596$ — 31,709 (по Пенроз 31,69).

2) Из пропорций основных, общих масс Парфенона следует указать еще на следующие отношения:

а) высота ордера со слезником . . . . $1 = 15{,}331$ (15,331)
ширина в нижнем диаметре крайних колонн . . . . . . $2 = 30{,}662$ (30,79)
или также

б) высота ордера с симой . . . . . . $1 = 15{,}751$ (15 751)
ширина в выносе слезника . . . . . $2 = 31{,}502$ (31,69)

в) отношение ширины к высоте храма отвечает отношению диагонали куба к его стороне или высоты равностороннего треугольника к половине его основания, приняв ширину портика, в выносе выступающего под его стилобатом фундамента, образующего ступень (по Пенроз выступ этой ступени составляет 0,099 - 0,101 *м* при высоте 0,297—0,302 *м*).

Ширина храма в выступе ступени фундамента . . . . $a\sqrt{3}$ — 33,828 (33,821—828)
высота его . . . . a —19,519 (19,528 -19,598)

1. Таким образом отношения главных масс портиков Парфенона, его высоты к ширине дают:

а) численные отношения уменьшенной септимы,
б) два квадрата,
в) отношение полуоснования к высоте равностороннего треугольника,
г) отношение диагонали куба к его стороне,
д) и наконец отношения минор к майор золотого сечения.

2. Отношение основных высот Парфенона.

Высота портика Парфенона состоит из двух главных основных частей, из частей поддерживающих или стилобата и колонн и из частей поддерживаемых — антаблемента и фронтона.

Эти две основные части портика находятся между собой в отношении 8:5, отвечающем малой сексте и весьма близком к делению высоты по золотому сечению.

а) Высота портика

$AC = 13 = 19{,}568$ (19,528—19,598).

Поддерживающие части

$AD = 8 = 12{,}04$ (12,041—12,017).

Поддерживаемые части

$DC = 5 = 7{,}528$ (7,487—7,7581).

б) Высота портика

$AC = M^0 = 19{,}528—19{,}598.$

Поддерживающие части

$AD = M^1 = 12{,}068—12{,}105.$

Поддерживаемые части

$DC = M^2 = 7{,}46 - 7{,}482.$

3. Группа двух средних колонн портиков составляет основное звено ордера и в ней междуколонние относится к двум нижним диаметрам колонн, как 5:8, как малая секста или как минор к майор.

а) Группа 2 средних колонн $= 13 = 6{,}204$ (6,183—6,214)

2 нижних диаметра $= 8 = 3{,}816$ (3,798—3,818)

Междуколонние $= 5 = 2{,}388.$

[1] Stuart and Revett, Antiquities of Atheus 1762—1832.
[2] Maxime. Collignon, Le Parthenon, Paris 1912.
[3] Fr. Penrose, The Principl.s of Athenian Architecture, London 1912.

Отсюда отношения нижних диаметров колонн к их междуколонниям дает ряд отношений

4:5:4:5:4:5

и т. д., что составляет интервалы большой терции.

б) Золотое сечение дает также близкие к натуре размеры, а именно:

Группа двух колонн . $M^0 = 6{,}183—6{,}214$
Два нижних диаметра . $M^1 = 3{,}821—3{,}840$
Междуколонние . . . $M^2 = 2{,}362—2{,}374$

В первом случае нижний диаметр колонн равен $3{,}816/2 = 1{,}908$ *м*, во втором случае при золотом сечении $D = 1{,}910—1{,}92$.

Пенроз толщину колонн измерил внутри каннелюр, Ревётт взял размер между касательными к наружным кромкам каннелюр, т. е. тот и другой дают размеры, которые могут быть измерены непосредственно.

Для получения полного диаметра колонн к размерам Пенроз следует прибавить 0,113 *м*, что дает 1,9—1,909 *м*. По Мань означенный диаметр составит 1,904 *м*, по Реветт 1,899 *м*.

Определение нижнего диаметра колонн из соотношения его к междуколоннию вполне совпадает также с указаниями Витрувия, который междуколонния определяет, задавшись нижним диаметром колонн.

в) Диаметр колонн на половине высоты колонны, т. е. средний диаметр колонн минор среднего междуколонния.

Междуосие колонн . . $M^0 = 4{,}283—4{,}305$
Междуколонние на полвысоте колонны . . . $M^1 = 2{,}647—2{,}661$
Средний диаметр . . . $M^2 = 1{,}636—1{,}644$

$$\left(\frac{1{,}9 + 1{,}432}{2} = 1{,}666\right).$$

4. Высота антаблемента относится к ширине группы двух колонн, как 3:5, как секста, а также как минор к майор.

а) Группа двух колонн в нижнем диаметре . 5 = 6,155 (6,183—6,214)
Высота антаблемента . 3 = 3,693 (3,69—3,7),

что отвечает сексте.

б) Группа двух колонн в среднем диаметре . $M^0 = 5{,}919—5{,}947$
Высота антаблемента $M^1 = 3{,}658—3{,}675$,

а кроме того

в) Антаблемент и фронтон . . . . $M^0 = 7{,}487—7{,}581$ (7,487—7,581)
Фронтон и карниз . . $M^1 = 4{,}627—4{,}685$ (4,797—4 802)
Архитрав и фриз . . $M^2 = 2{,}86—2{,}896$ (2,685 - 2,698),

т. е. поддерживаемые части всего ордера с своей стороны, состоящие из несущих частей архитрава и фриза и поддерживаемых фронтона и карниза, отвечают отношениям золотого сечения, хотя и менее точно, чем предшествующие выше отношения.

5. Нижний радиус колонн 3 = 0,95—0,955
Высота стилобата . . 5 = 1,583—1,591 (1,582—1,602),

что отвечает сексте, но также

Междуосие колонн . $M^0 = 4{,}262—4{,}322$
Высота стилобата . . $M^1 = 1{,}628—1{,}65$

6. Пропорции капители

а) Верхний диаметр в плоскости архитрава . 3 = 1,432 (1,432)
Высота капители . . 2 = 0,859 (0,861—0,862)

интервал квинты, а также:

б) Верхний диаметр . . $M^0 = 1{,}432$
Высота капители . . $M^1 = 0{,}885$

в) Высота капители . . 5 = 0,861 (0,861—0,862)
Эхин с шейкой . . . 3 = 0,516 (0,515—0,513)
Абак = эхину . . . 2 = 0,344 (0,345 – 0 349)
Шейка . . . . 1 = 0,172 (0,17—0,18)

или, приняв отношения по золотому сечению:

г) Высота капители . . $M^0 = 0{,}861$ (0,861—0,862)
Эхин с шейкой . . . $M^1 = 0{,}532$ (0,515—0,513)
Абак = эхину . . . . $M^2 = 0{,}329$ (0,345—0,349)
Шейка . . . . $M^3 = 0{,}203$ (0,17—0,18)
Вынос капители . . . $M^2 = 0{,}329$,

причем ширина абака $= 1{,}432 + 0{,}329 + 0{,}329 = 2{,}09$ (2—2,09).

7. Пропорция антаблемента.

Как при определении отношений общих масс портиков Парфенона (п. 1) общей высоты к ширине явно принято упрощенное численное отношение уменьшенной септимы 7:12, так и в отношениях общих масс антаблемента приняты упрощенные численные отношения большой квинты 11:7 и малой септимы 7:4.

а) Высота антаблемента . 11 = 3,693 (3,69—3,7)
Фриз и карниз 7 = 2,35 (2,339—2,358)
Архитрав ≐ фризу . . 4 = 1,343 (1,345—1,349)
Карниз . . . . 3 = 1,007 (0,995—1,011),

а приняв отношения по золотому сечению:

Высота антаблемента . $M^0 = 3{,}7$
Фриз и карниз . . . $M^1 = 2\ 29$
Архитрав = фризу . $M^2 = 1{,}41$
Карниз . . . . $M^3 = 0{,}88$

б) Высота карниза . . 13 = 1,007 (0,995—1,011)
Карниз без симы . 8 = 0,619 (0,614—0,622)
Сима . . . . 5 = 0,388 (0,373—0,41)

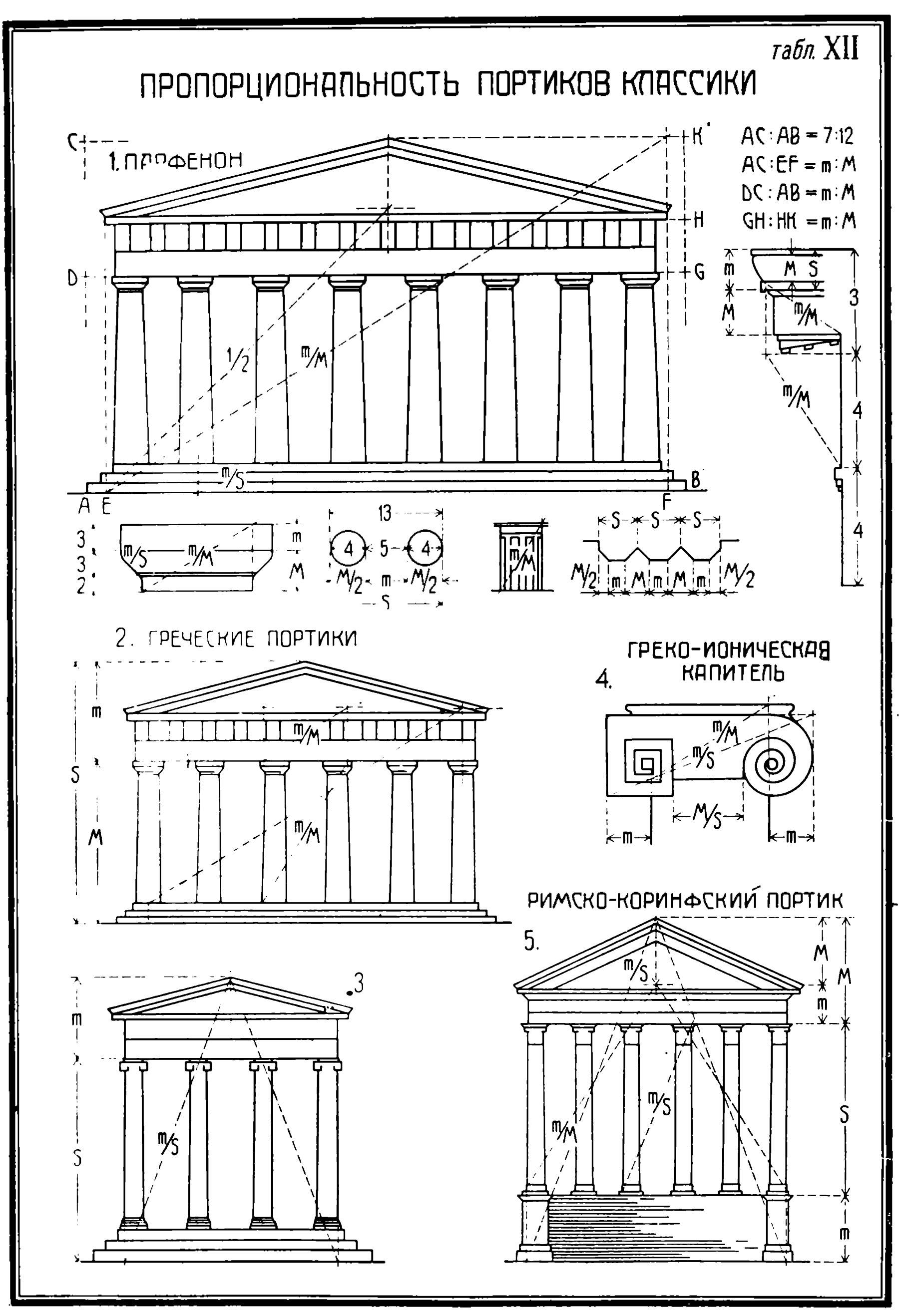
по золотому сечению

Высота карниза . . . $M^0 = 0{,}995 - 1{,}011$
Карниз без симы . . . $M^1 = 0{,}615—0{,}625$
Сима . . . . $M^2 = 0{,}380—0{,}386$



Рис. 5. Западный портик Парфенона в Афинах.

Г. Д. Гримм.


табл. XII
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ПОРТИКОВ КЛАССИКИ
1. ПАРФЕНОН
AC : AB = 7:12
AC : EF = m : M
DC : AB = m : M
GH : HK = m : M
2. ГРЕЧЕСКИЕ ПОРТИКИ
ГРЕКО-ИОНИЧЕСКАЯ КАПИТЕЛЬ
4.
3
РИМСКО-КОРИНФСКИЙ ПОРТИК
5.

по консонантной схеме и по золотому сечению:

в) Вся сима

$5 = 0,388 = M^0 = 0,373-0,41$

Вал ее

$3 = 0,233 = M^1 = 0,231-0,253 \quad (0,225-0,25)$

Две полочки

$2 = 0,155 = M^2 = 0,142-0,157 \quad (0,128-0,152)$

г) Обе полочки

$3 = 0,155 = M^0 = 0,128 - 152)$

Нижн. полочка

$2 = 0,102 = M^1 = 0,092-0,094 \quad (0,084-0,1)$

Верхн. полочка

$1 = 0,051 = M^2 = 0,036-0,058 \quad (0,044-0,052)$

д) Высота фриза

$8 = 1,343 = M^0 = 1,343 \quad (1,344-1,347)$

Шир. триглифа

$5 = 0,84 = M^1 = 0,83 \quad (0,841-0,852)$

е) 1 звено триглифа

$5 = 0,282 = M^0 = 0,28 \quad (0,28)$

2 полуканнелюры триглифа

$3 = 0,169 = M^1 = 0,173 \quad (0,167)$

Выступной пояс

$2 = 0,133 = M^2 = 0,107 \quad (0,113)$

ж) Высота фриза $8 = 1,343 = M^0 = 1,343$

Вынос карниза

$5 = 0,84 = M^1 = 0,83 \quad (0,85-0,859)$

Не останавливаясь далее на разборе пропорций пронаоса пеллы, опистодома и плана храма, дающих ряд подобных выше разобранным отношений архитектурных частей, отвечающих интервалам октавы и параллельно близких золотому сечению, укажем еще на отношения общих масс плана, а именно:

Площадь плана всего портика в верхней ступени стилобата

$M^0 = 2147,97$ *кв. м* (30,888·69,536).

Площадь внутреннего храма в нижней его ступени

$M^1 = 1327,45$ *кв. м* (1341,74 = 22,373·60,06).

В дальнейшем разборе греческих и римских портиков, не входя в детальное их рассмотрение, подчеркнем известную общую, повторяющуюся согласованность отдельных их архитектурных частей, известную норму архитектурных частей, близких между собой по их архитектурному конструктивному значению.

§ 28. Нормы греко-дорических портиков по золотому сечению

(таблица XII, фигура 2)

1. Высота ордера портика майор ширины портика в осях угловых колонн шестиколонных портиков (общая норма).

Тесейон по Стюарт и Реветт[1]

	В натуре	В интервалах	По золотому сечению
Ширина портика . .	12,64	8 = 12,64	$M^0 = 12,64$
Высота ордера . . .	7,89	5 = 7,9	$M^1 = 7,77$

Храм Аполлона в Фигалейи (Штакельберг,[2] Кокерель[3] и Блуе[4])

	Натуральный размер	В малых числах	По золотому сечению
Ширина портика	13,27 — 13,41 *м*	13 = 13,36 *м*	$M^0 = 13,3$
Высота ордера	8,22	8 = 8,22	$M^1 = 8,22$

Храм Немезиды в Рамнунте (продолжение издания Стюарта)

	Натуральный размер	В малых числах	По золотому сечению
Ширина портика . .	9,23	13 = 9,23	$M^0 = 9,23$
Высота ордера . . .	5,72	8 = 5,68	$M^1 = 5,7$

2. Высота портика аттических храмов целое, майор которого поддерживающие, минор — поддерживаемые части

Парфенон, п. 2.

Тесейон	Натуральный размер	В малых числах	По золотому сечению
Высота портика . .	10,4	13 = 10,4	$M^0 = 10,4$
Поддерживающ. ч. . .	6,42	8 = 6,4	$M^1 = 6,43$
Поддерживаемые ч. .	3,985	5 = 4	$M^2 = 3,97$

Храм Аполлона в Фигалейи

	Натуральный размер	В интервалах	По золотому сечению
Высота портика . .	11,01	5 = 11,01	$M^0 = 11,01$
Поддерживающ. ч. .	6,63—6,72	3 = 6,61	$M^1 = 6,8$
Поддерживаемые ч. .	4,33—4,29	2 = 4,4	$M^2 = 4,2$

Храм Немесиды в Рамнунте[5]

	Натуральный размер	В интервалах	По золотому сечению
Высота портика . .	6,848	5 = 6,85	$M^0 = 6,85$
Поддерживающ. ч. . .	4,11	3 = 4,11	$M^1 = 4,23$
Поддерживаемые ч. .	2,74	2 = 2,74	$M^2 = 2,66$

[1] Stuart and Revett, Antiquities of Athens 1762—1832.
[2] Stackelberg. Der Apollotempel zu Bassae in Arkadien Rom. 1826
[3] Cockerell and Donaldson. The Temple of Apollo Epicurius at Bassae near Phigaleia.
[4] Blouet, Expedition scientifique de Morée.
[5] Society of dilettanti. The unedited antiquities of Attica London 1817.

Храм Артемиды в Элевсине

	Натуральный размер	В интервалах	По золотому сечению
Высота портика . . .	7,03	13 = 7,03	$M^0 = 7{,}03$
Поддерживающ. ч. . .	4,32	8 = 4,32	$M^1 = 4{,}34$
Поддерживаемые ч.	2,71	5 = 2,71	$M^2 = 2{,}69$

3. Нижний диаметр колонн равен или почти равен майор — междуколонния для аттических шестиколонных портиков Тесейона, Аполлона в Фигалейи, Немесиды в Рамнунте, храма на острове Эгине, пропилеев в Афинах и Элевсине и для четырехколонного портика Артемиды в Элевсине.

В восьмиколонном портике Парфенона то же отношение получается для среднего, по высоте колонны ее, диаметра п. 3в.

4. В Парфеноне, в Тесейоне, в храме Аполлона в Фигалейи, Артемиды в Элевсине, Немесиды в Рамнунте, в храме Деметры в Элевсине и в Пропилеях:

а) архитрав, а также фриз минор антаблемента,

б) карниз — целое, майор которого карниз без симы, минор сима,

в) ширина триглифа, майор его высоты,

г) высота капители минор верхнего диаметра,

д) высота капители — целое, майор которого эхин с шейкой, минор абак.

Такие же, близкие к золотому сечению приближения получаются в ряде других отношений отдельных частей дорических аттических портиков, в то время как в архаических портиках, значительно менее пропорциональных и сравнительно грузных, отношения отдельных частей нередко согласованы с интервалами октавы от секунды до кварты, дающими значительно разнящиеся от золотого сечения решения (рис. 6).

§ 29. Нормы греко-ионических портиков по золотому сечению

(таблица XII, фигура 3)

Такая же согласованность пропорции архитектурных частей с золотым сечением наблюдается и в греко-ионических портиках и в их нормах в дальнейшем размеры в скобках означают измерения в натуре).

1. Высота четырехколонного портика — целое, минор которого его ширина, до оси (при условии реставрации симы)

а) В храме на Илиссе[1]

В натуре

Высота портика со стилобат. $M^0 = 7{,}41$ (7,41)
Полуширина в наружн. грани колонн . . . . $M^2 = 2{,}83$ (2,84)

б) Храм Нике на Акрополе в Афинах[2]

Вся высота портика . . . . $M^0 = 6{,}92$ (6,92)
Полуширина портика . . . . $M^2 = 2{,}54$ (2,57)

2. Антаблемент и фронтон минор высоты колонны, со стилобатом, т. е. поддерживаемые части минор поддерживающих частей

а) Для четырехколонного портика Эрехфейона[1]

Колонна со стилобатом . . $M^0 = 8{,}61$ (8,61)
Антаблемент и фронтон . . $M^2 = 3{,}28$ (3,3)

б) Для храма на Илиссе

Поддерживающие части . . $M^0 = 5{,}24$ (5,24)
Поддерживаемые части . . $M^2 = 2{,}00$ (2,16)

в) Для храма Нике на Акрополе в Афинах[2]

Поддерживающие части . . . $M^0 = 4{,}97$ (4,97)
Поддерживаемые части . . . $M^2 = 1{,}90$ (2)

3. Высота капители майор верхнего диаметра колонны Эрехфейон четырехколонный портик

Верхний диаметр колонны . $M^0 = 0{,}7$ *м* (0,7)
Высота капители . . . . $M^1 = 0{,}42$ (0,43)

Эрехфейон шестиколонный портик

Верхний диаметр . . . . . . $M^0 = 0{,}59$ (0,59)
Высота капители . . . . . . $M^1 = 0{,}36$ (0,36)

Эрехфейон—западн. фасад

Верхний диаметр . . . . . $M^0 = 0{,}52$ (0,52)
Высота капители . . . . . $M^1 = 0{,}32$ (0,33)

Храм на Илиссе

Верхний диам. колонн . . $M^0 = 0{,}47$ (0,47)
Высота капители . . . $M^1 = 0{,}29$ (0,27)

4. Вынос волюты с каждой стороны диаметра колонны минор верхнего диаметра колонны

Эрехфейон четырехколонный портик (таблица XII, фигура 4)

Верхний диаметр колонны . $M^0 = 0{,}7$ *м* (0,7)
Вынос волюты с каждой стороны его верхн. диам. $M^2 = 0{,}27$ (0,27)

Эрехфейон шестиколонный портик

Верхний диаметр колонн . . $M^0 = 0{,}59$ (0,59)
Вынос волюты . . . . $M^2 = 0{,}23$ (0,24)

Эрехфейон — западный портик

Верхний диаметр колонны . $M^0 = 0{,}52$ (0,52)
Вынос волюты . . . . $M^2 = 0{,}2$ (0,21)

Храм на Илиссе

Верхний диаметр . . . . . $M^0 = 0{,}47$ (0,47)
Вынос волюты . . . . $M^2 = 0{,}18$ (0,18)

5. Высота волют минор ширины капители в наружной грани волют

Эрехфейон четырехколонный портик

Ширина капители в волютах $M^0 = 1{,}25$ (1,25)
Высота капители в волютах $M^2 = 0{,}477$ (0,488)

Эрехфейон шестиколонный портик

Ширина капители . . . . $M^0 = 1{,}06$ (1,06)
Высота волют . . . . $M^2 = 0{,}405$ (0,419)

Эрехфейон западный портик

Ширина капители . . . . $M^0 = 0{,}935$ (0,935)
Высота волют . . . . . $M^2 = 0{,}357$ (0,363)

[1] Stuart and Revett, Antiquities of Athens 1762—1832.
[2] Kousmin (R), Le temple de la victoire sans alles sur l'acropole d'Athenes, decrit par Vincent. Ballauti, Rome 1837.



Рис. 6. Греко-дорический портик храма Посейдона в Пестуме.

Храм на Илиссе

Ширина капители . . . . $M^0 = 0,844$ (0,844)
Высота волют . . . . . $M^2 = 0,322$ (0,329)

6. Расстояние между волютами майор верхнего диаметра колонны

Эрехфейон четырехколонный портик

Верхний диаметр . . . . . $M^0 = 0,701$ (0,701)
Расстояние между волютами . . . . $M^1 = 0,433$ (0,431)

Эрехфейон шестиколонный портик

Верхний диаметр . . . . $M^0 = 0,589$ (0,589)
Расстояние волют . . . . $M^1 = 0,364$ (0.338)

Эрехфейон — западный фасад

Верхний диаметр . . . . . $M^0 = 0,518$ (0,518)
Расстояние волют . . . $M^1 = 0,320$ (0,295)

Храм на Илиссе

Верхний диаметр . . . . $M^0 = 0,468$ (0,468)
Расстояние волют . . . . $M^1 = 0,282$ (0,311)

30. Золотое сечение в нормах коринфского стиля

Римские портики

1. Четырехколонный храм в Дугге (рис. 7, стр. 86) в Тунисе[1]

а) Высота его портика . . . $M^0 = 19,2$ (19,2)
Полуширина портика . . $M^2 = 7,335$ (7,35)

б) Высота портика без пьедестала . . . . $M^0 = 17$ (17)
Высота колонн . . . . . $M^1 = 10,5$ (10,8)
Антаблемент и фронтон . $M^2 = 6,56$ (6,3)

2. Шестиколонный портик Антонина и Фаустины в Риме (снимки с натуры и реставрация (фигура 5, таблица XII) французского пенсионера академии в Париже Меснажер 1809.

а) Высота портика . . . $M^0 = 27,1$ (27,1—27,287)
Полуширина его . . . . . $M^2 = 10,35$ (10,35)

б) Высота ордера . . . . . $M^0 = 17,7$ (17,7)
Полуширина портика . . $M^1 = 10,94$ (10,9)

в) Антаблемент и фронтон . $M^0 = 8,257$ (8,257)
Фронтон . . . . $M^1 = 5,103$ (5,1)
Антаблемент . $M^2 = 3,154$ (3,157)

г) Междуколонние . . $M^0 = 2,36$ (2,36)
Нижний диаметр . . . $M^1 = 1,46$ (1,49)

д) Высота колонн . . . . . $M^0 = 14,33$ (14,33)
Группа 2-х колонн, сравняв все междуосия . . . $M^2 = 5,47$ (5,34)

3. В коринфских портиках, приняв высоту колонн M^0, высота антаблемента M^3, в одних портиках считая высоту антаблемента с симой, в других без симы

а) Высота антаблемента с симой:

Пантеон наружный портик
Колонна $M^0 = 14,154$,

антаблемент . $M^3 = 3,34$ (3,315—3,319)

Пантеон внутренний ордер
Колонна $M^0 = 14,33$

антаблемент . . . $M^3 = 3,38$ (3,37—3,39)

Храм Солнца Аврелиана в Риме
Колонна $M^0 = 19,49$

антаблемент . . . $M^3 = 4,6$ (4,751)

Храм Венеры и Ромы в Риме
Колонна $M^0 = 19,25$

антаблемент . . . $M^3 = 4,543$ (4,75)

Арка Септимия Севера в Риме
Колонна $M^0 = 8,5$

антаблемент . . . $M^3 = 2,006$ (2,038)

Инкантада в Солониках
Колонна $M^0 = 6,58$

антаблемент . . $M^3 = 1,55$ (1,57)

Арка Адриана в Афинах
Колонна $M^0 = 2,66$

антаблемент . . $M^3 = 0,63$ (0,6)

б) Высота антаблемента без симы:
Храм Кастора и Поллукса в Риме
Колонна $M^0 = 14,734$

антаблемент . . $M^3 = 3,477$ (3,538)

Арка Тита в Риме
Колонна $M^0 = 6,4$

антаблемент . . . $M^3 = 1,51$ (1,471)

Арка Константина в Риме
Колонна $M^0 = 8,643$

антаблемент . . . $M^3 = 2,04$ (2,045)

Памятник Лизикрата в Афинах
Колонна $M^0 = 3,53$

антаблемент . . $M^3 = 0,83$ (0,82)

4. Во всех перечисленных выше коринфских портиках верхний диаметр колонны минор высоты антаблемента (M^2) или M^5 высоты колонны.
5. Верхний радиус минор высоты капители без астрагала в Пантеоне, храме Антонина и Фаустины, храма Диоскуров, арки Септимия Севера.
6. Средний радиус минор высоты капители без астрагала. В портике с форума Нервы, в арке Тита, в храме Сатурна и арке Адриана в Афинах.
7. Верхний радиус минор высоты капители с астрагалом в арке Константина, Стоа Адриана в Афинах, башне ветров в Афинах, храме Аполлона в Милете.
8. Высота карниза минор всей высоты антаблемента, считая карниз или до глади фриза или до валика фриза.
9. Карнизик архитрава составляет M^3 высоты архитрава, что дает то же отношение, что дает антаблемент к колонне.

Арка Септимия Севера в Риме. Построена в 204 г. по случаю победы над парфянами. Измерения Дюбан и Анселе.[1]

[1] Raguenet, Petits édifices historiques. 1897. Mesnager. Paris 1809.

[1] Duban et Ancelet, Paris 1829 г. Academie des beaux Arts.

а) По высоте				В натуре
1. Высота колонны .	M^1	целое	8,9	(8,885) (8,557 + 0,293)
высота аттика . . .	M^2	минор	5,5	(5,6)
высота пьедестала .	M^3	минор	3,4	4,696 (4,696 =
высота цоколя . . .	M^5		1,299	= 4,889— —0,293)
2. Высота колонны . .	M^1	целое	8,9	
высота пьедестала и антаблемента	M^2	майор	5,5	(5,6)
3. Пьедестал и антаблем	M^2	целое	5,5	
высота пьедестала .	M^3	майор	3,4	
высота антаблемента	M^4	минор	2,1	(2,02)
4. Высота аттика . . .	M^2	целое	5,5	5,6
гладкое тело аттика с карнизом	M^3	майор	3,4	3,5
цоколь его и верхн. плинт	M^4	минор	2,1	2,1
5. Высота средней арки до центра	M^1	целое	8,9	(8,745
радиус арки	M^3	минор	3,4	(3,36)

б) По горизонталям

1. Радиус средней арки	M^3	целое	3,4	(3,36)
ширина полуустоя . .	M^5	минор	1,3	(1,306)

отсюда ширина каждого устоя минор диаметра средней арки.

2. Радиус средней арки	M^3	минор	3,4	
междуосие боковых колонн	M^2	майор	5,5	(5,62)

отсюда вся ширина массива арки равна

$$M^5 + M^2 + M^5 + M^3 + M^3 + M^5 + M^2 + M^5 = 23 \text{ м} \quad (23,184)$$

а в осях боковых колонн = 20,4 *м*

3. Ширина боковых арок $M^2—M^5—M^5$ = минор
высота их $M^0—M^3—M^3$ = целое = = 7,6 (7,7)

отсюда вся ширина в осях боковых колонн равна всей высоте до карниза аттика

21,2 — 0,8 = 20,4 *м*.
(21,216 — 0,8 = 20,416).

Таким образом и данный характерный, богатый, чисто декоративный римский мотив трехарочной триумфальной арки, композиция которого менее всего зависит от стесняющих утилитарных требований, пропорционально уравновешенный по классической схеме, все же в значительной степени отвечает пропорциональной схеме золотого сечения.

Пантеон. Пантеон в Риме (рис 8, стр. 89). Возведенный императором Андрианом в 120—124 гг. на месте старого нимфея, построенного в царствование Августа, в ряду уцелевших памятников древнего Рима занимает такое же выдающееся положение, как Парфенон среди сохранившихся памятников древней Эллады (измерения Леклер,[1] Дюбан и Норман)[2] (таблица XII, фигура 1).

а) Внутренние пропорции

1. Диаметр „ротонды" равен полной внутренней высоте, т. е. общая фигура представляет собой

квадрат диаметр ротонды = 2 = 43,28 (43,88),
высота ордера с аттиком = 1 = 21,94 (21,94),

причем

2. Высота ордера с аттиком составляет майор полуразвернутого купола с некоторой погрешностью

Полуразвернутый купол . M^0 = 34,46 (34,46)
Высота до купола . . M^1 = 21,3 (21,94)

3. Высота нижней части до купола 5 = 21,94 (21,94)
Высота нижнего ордера . . 3 = 13,16 (13,08),

что дает отношения сексты и квинты или по золотому сечению

Высота до купола . . . . . M^0 = 21,94 (21,94)
Высота нижнего ордера . M^1 = 13,56 (13,08)
Высота аттика . . . . . M^2 = 8,38 (8,86)

б) Пропорции фасада

1. Высота всего Пантеона без ступеней:

M^0 = 45,07 (45,07)
Ширина ротонды до оси M^1 = 27,85 (27,875) или
Высота ротонды со ступен. = 5 = 46,441 (46,399)
Полуширина ротонды . . . . 3 = 27,865 (27,865),

что дает отношение сексты и также

2. Ширина всей ротонды . . . 5 = 55,73 (55,75)

Ширина портика в наружной грани угловых колонн . . 3 = 33,439 (33,439)

Отношение интервала сексты или по золотому сечению

Ширина всей ротонды . . . M^0 = 55,75 (55,75)
Ширина портика в выносе капителей или начала консолей карниза . . . . M^1 = 34,45 (34,4)

3. Полуширина портика в наружной грани углов колонн . . . . 7 = 16,69 (16,720)

Высота всего портика с фронтоном
11 = 26,243 (26,243)

(уменьшенная септима) или также

Высота портика со ступенями M^0 = 26,24 (26,24)
Полуширина до оси колонн M^1 = 16,22 (16)

Кроме того на фасаде средним карнизом подчеркнуто внутреннее основное членение на поддерживающий цилиндр и на поддерживаемый купол.

4. Выше (глава III) указано, что в Пантеоне высота антаблемента с симой составляет M^3 высоты колонн.

5. Высота ствола колонны (без верхней и нижней полочки его).
Майор высоты ордера с антаблементом и со ступенями

Высота ордера . . . . . M^0 = 18,81 — 18,838
Высота ствола . . . M^1 = 11,62 — (11,675)

6. Высота капители колонн M^5 высоты всего ордера

---

[1] Achille Leclere 1813. Academie des Beaux Arts.
[2] Duban et Normand, 1829. Academie des Beaux Arts.

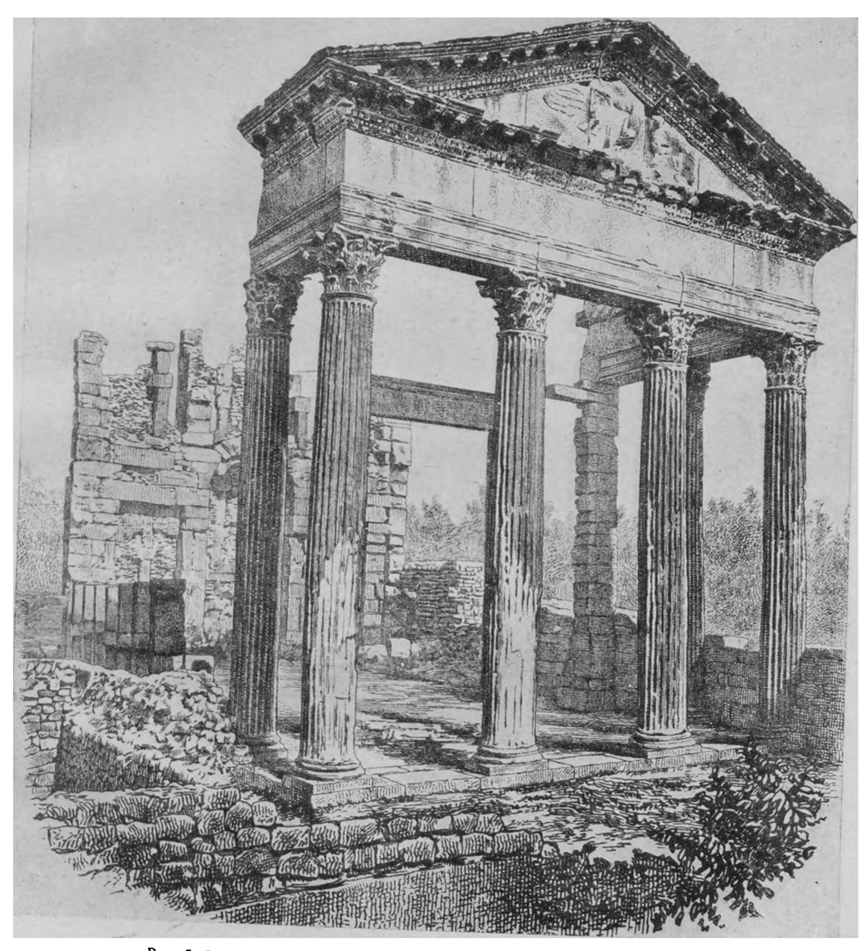
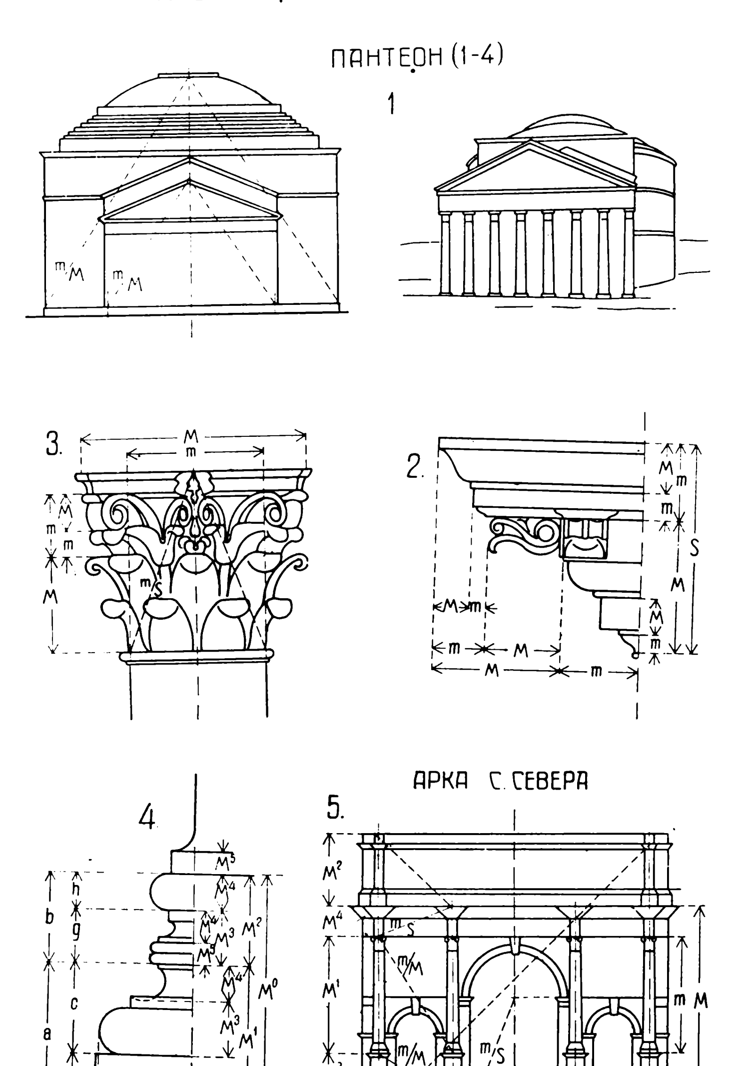


Рис. 7. Римско-коринфский портик храма Юпитера в Дугге в Тунисе II века.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ РИМА



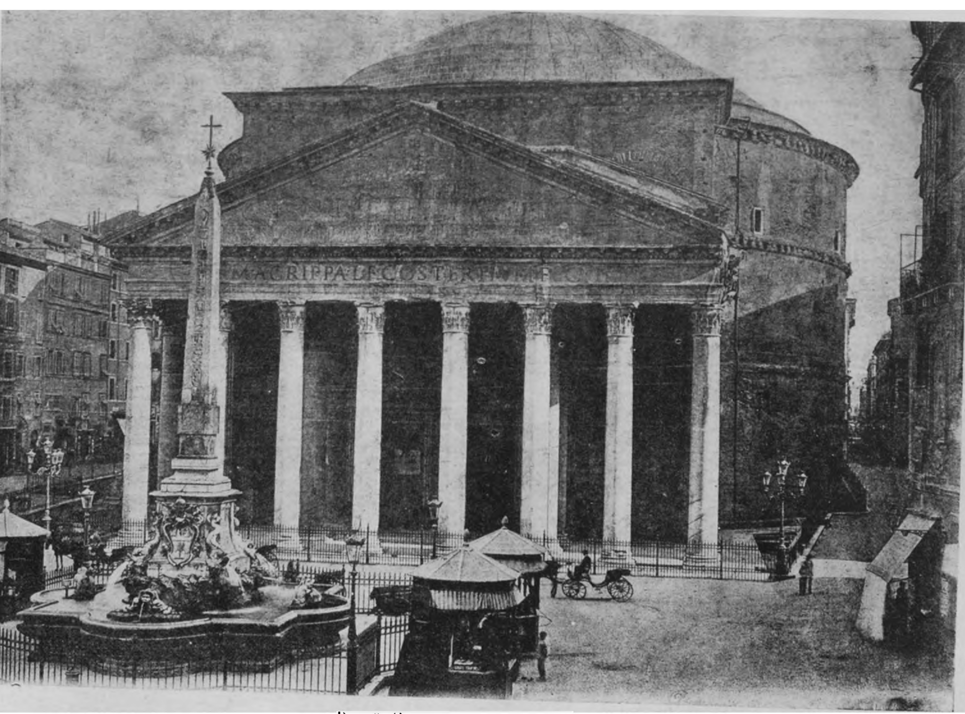


Рис. 8. Портик Пантеона в Риме.

Г. Д. Гримм.

Высота ордера . . . . . $M^0 = 18{,}81$--$18{,}838$
Высота капители . . . . . $M^5 = 1{,}69$—$(1{,}65)$

7. Высота фронтона до симы карниза минор высоты ордера колонны со ступенями

Высота ордера . . . . $M^0 = 18\ 81$— (18,81—18,838)
Высота фронтона . . . . $M^2 = 7{,}19$—$7{,}2$ (7,4—7,44) или

8. Высота антаблемента без симы минор высоты фронтона с симой

Высота фронтона с симой . . $M^0 = 7{,}74$ (7,74)
Высота антаблем. без симы . $M^2 = 3{,}05$ (2,95)

9. Антаблемент ордера портика Пантеона (таблица XIII, фигура 2)

а) Вся высота антаблемента . $M^0 = 3{,}35$ (3,35)
Архитрав и фриз . . . . . $M^1 = 2{,}061$ (2,049)
Карниз до валика фриза . $M^2 = 1{,}274$ (1,292)
б) Карниз . . . . $M^0 = 1{,}292$ (1,292)
Поддерживающие обломы до карнизика кронштейнов $M^1 = 0{,}798$ (0,816)
Свешивающиеся части . . $M^2 = 0{,}494$ (0,476)
в) Свешивающиеся части . . $M^0 = 0{,}476$ (0,476)
Сима с двумя полочками . $M^1 = 0{,}294$ (0,299)
Слезник с каблучком кронштейнов . . . . $M^2 = 0{,}182$ (0,177)
г) Поддерживающие обломы . $M^0 = 0{,}798$ (0,816)
Кронштейны с валом . . $M^1 = 0{,}494$ (0,483)
Валик, пояс и нижний каблучок . . . . $M^2 = 0{,}305$ (0,330)
д) Свес всего карниза равен высоте карниза, составляя минор высоты антаблемента $M^0 = 1{,}279$ (1,279)
Свес кронштейнов и симы . $M^1 = 0{,}79$ (0,791)
Свес поддерживающих частей . . . . $M^2 = 0{,}489$ (0,488)
е) Свес кронштейнов и симы $M^0 = 0{,}79$ (0,791)
Свес кронштейнов . . . . $M^1 = 0{,}489$ (0,485)
Свес симы и каблучка кронштейна . . . . $M^2 = 0{,}301$ (0,306)

10. Капитель ордера портика Пантеона (таблица XIII, фигура 3)

а) Верхний радиус колонны . $\frac{M^1}{2} = 0{,}64$ (0,64)
Высота капители без валика ствола колонны . . . . . $M^0 = 1{,}675$ (1,65)
б) Верхний диаметр . . . . . $M^1 = 1{,}28$ (1,28)
Ширина абака по диагонали $M^0 = 2{,}072$ (2,042)
в) Высота капители без абака $M^0 = 1{,}462$ (1,462)
Высота больших листьев . $M^1 = 0{,}903$ (0,899)

11. База ордера портика Пантеона (таблица XIII, фигура 4)

а) Высота базы без полочки ствола колонны . . . . . . $M^0 = 0{,}734$ (0,734)
Нижняя часть базы—высота плинта, вала и выкружки со своими полочками . . . $M^1 = 0{,}454$ (0,453)
Верхняя часть базы над выкружкой . . . . $M^2 = 0{,}280$ (0,279)
б) Нижняя часть базы . . . . $M^0 = 0{,}454$ (0,453)
Вал и выкружка с полочками $M^1 = 0{,}280$ (0,276)
Высота плинта . . . . . . $M^2 = 0{,}174$ (0,177)
в) Вал и нижняя выкружка . $M^0 = 0{,}28$ (0,276)
Высота вала с полочкой . $M^1 = 0{,}174$ (0,169)
Выкружка с полочками . . $M^2 = 0{,}107$ (0,107)
г) Верхние обломы . . . . . $M^0 = 0{,}28$ (0,279)
Два валика и выкружка с полочками . . . . . . $M^1 = 0{,}174$ (0,168)
Верхний вал . . . . $M^2 = 0{,}107$ (0,114)
д) Высота базы . . . . $M^0 = 0{,}734$ (0,734)
Вынос вала и плинта . . $M^2 = 0{,}280$ (0,282)

Так при пропорциональном разборе антаблемента, капители и базы наружного ордера Пантеона поражает исключительная согласованность пропорций отдельных архитектурных частей и обломов в натуре с размерами, получаемыми при последовательном пропорциональном делении по схеме золотого сечения.

Как в Пантеоне, так и в архитектурных частях целого и в деталях других выдающихся памятников Рима мы находим аналогичные пропорциям Пантеона отношения архитектурных частей в том или ином подходе логического их расчленения, более или менее близко подходящих к делениям по золотому сечению.

Во всяком случае классическая архитектура в пропорциях архитектурных частей лучших своих памятников, подчиненных схеме отношений небольших численных величин, отвечающих интервалам октавы, тем не менее близко подходит к пропорциям схемы золотого сечения.

§ 31. Золотое сечение в памятниках Византии

Византийское искусство является результатом воздействия греческого искусства на азиатские элементы и в архитектурных ее памятниках их строителями греками принята схема пропорциональности классического зодчества, основанная на применении отношений, отвечающих численным отношениям интервалов октавы и вместе с тем как в классике, так и в лучших памятниках Византии улавливается интуитивно достигнутая согласованность с золотым сечением.

Для примера приводим пропорциональный разбор храма Агии Софии в Константинополе (рис. 9, стр. 90), построенного зодчим Анфимием Тралесским и Исидором Милетским в 552—537 г. при императоре Юстиниане (таблица XIV). [1]

Величественный, поражающий своей пышной красотой, своей смелой конструкцией, крупнейший по своим размерам и по своему художественному значению памятник Византии Агия София в основных своих пропорциях также отвечает золотому сечению, придерживаясь при этом в своей структуре, которой и подчиняются пропорции, требованиям композиции, обусловленной, в то время еще мало отошедшими от Рима, общими своими основами.

Настоящая высота памятника с куполом, по свидетельству современников, после обвала поднятая на 12—25 фут., дает наиболее полную согласованность с золотым сечением.

---

[1] „Agia Sophia". Altchristliche Baudeukmale von Constantinopel von W. Salzenberg. Berlin 1854.

1. Вся настоящая высота храма (размеры в прусских футах)	M^0	= 180 фут.	(180 по фас. 179 по разр.)
Полуширина во внутренних стенах	M^1	= 111,24	(111,24)
Ширина большого купола	M^2	= 68,76	(68,75)
Высота храма от нижней грани карниза под подпружными арками до верху	M^1	= 111,24	(111)
Высота от подошвы до нижей грани карниза подпружной арки . . .	M^2	= 68,76	(68,75)
Половина междуосия колонн боковых нефов	M^6	= 16,2	(16,5)
Высота до пола галереи	M^3	= 42,28	(43)
2. Исходя из радиуса подпружных арок	r	= 50	(50)
или диаметра подпружных арок	$2r$	= 100	(100)
Высота от подошвы храма до карниза под главным куполом . . .	$2rM^2$	= 130,9	(131)
Глубина боковых нефов	$2rM$	= 61,8	(62)

Отношения отдельных частей Агии Софии подобно классическим дают отношения численных величин, отвечающих интервалам октавы, а именно: 13 : 8; 8—5; 5 : 3; 3 : 2; 2 : 1; 7 : 4; 4 : 3; $3^2 : 4^2$; $4^2 : 5^2$; и т. д.

Так в плане Агии Софии — квадрат раздвинут для усиления устоев; ширина его BC — при длине — $AB + 2d$.

Основной квадрат главного купола

со сторонами	$2r = 100$	фут.	(100)
диаметр боковых куполов	$2r = 100$	„	(100)
Глубина боковых нефов от грани подпружных арок до осей крайних колонн, поддерживающих перекрытия под галереями нефов 2-го этажа	$r = 50$		(50)
Вся ширина храма между осями крайних колонн боковых нефов AB	$2r + 2r = 200$	„	(200)

Длина храма составляет те же $2r + 2r$ + уширение устоев с каждой стороны, равное среднему междуосию ряда колонн, поддерживающих боковые подпружные арки $2d = 7{,}5 + 7{,}5 = 15$ фут., таким образом вся длина храма в междуосиях крайних колонн боковых нефов $= 200 + 15 = 215$ фут. (215 фут.).

Детальный пропорциональный разбор храма Агии Софии, разбор других, выдающихся памятников Византии дает целый ряд согласований общих масс, архитектурных частей и деталей с отношениями, отвечающими золотому сечению. Приведенная же пропорцональная проверка одних общих масс этого первоклассного памятника Византии подтверждает и в Византийском зодчестве ту бессознательную согласованность ее пропорций с золотым сечением, которую мы уследили ранее в эпоху классики.

§ 32. Золотое сечение в пропорциях памятников итальянского Возрождения

Пропорциональность архитектуры итальянского Возрождения не приходится изучать на схематических ордерах ее мастеров-теоретиков, в которых они старались воспроизвести погибшие чертежи книги Витрувия.

Основной интерес представляет собой анализ возведенных исторических памятников этого выдающегося времени подъема архитектурной мысли. При этом следует иметь в виду, что архитектора итальянского Возрождения, с одной стороны приспособлялись к данным канона Витрувия, основанного, как выше было указано, на конструктивных началах, на опытных данных и на отношениях малых численных величин, отвечающих интервалам октавы; с другой стороны, они несомненно считались и с собственной интуицией, а также и с принятым в средневековьи принципом пропорциональности, с подобием фигур, что устанавливается в ряде памятников и на что указывает уже Альберти в введении к его строительному искусству,[1] утверждая необходимость для установления правильных пропорций пользоваться построениями, основанными на подобии углов.

Не подлежит сомнению, что время возрождения не знало ни закона, ни схемы пропорциональности классики, что искания в этой области мастеров XV и XVI вв. были направлены по пути, намеченному Витрувием, и тем не менее исполненные выдающимися зодчими этой эпохи сооружения представляют собой типичные примеры бессознательного применения пропорций, основанных на золотом сечении.

Примеры анализа пропорциональности памятников итальянского Возрождения. Темпиетто Браманте S. Pietro in Montorio. Пропорциональный анализ ряда памятников итальянского Возрождения начнем с более полного пропорционального разбора, представляющего значительную архитектурно-художественную ценность, круглого в плане темпиетто (tempietto S. Pietro in Montorio (таблица XV), сооруженного в 1502 г. основателем высокого стиля итальянского Возрождения Браманте. Пользуемся при этом измерениями с натуры Летаруйлли,[2] произведенными до ремонта верхних частей — фонаря.

Заметим прежде всего, что разбор этого архитектурного памятника несомненно подтверждает то положение, что Браманте при композиции его не пользовался золотым сечением, придерживаясь в колоннаде и в ордере отношений римской архитектуры и указаний Витрувия; тем не менее в памятнике усматривается значительная интуитивная согласованность пропорций здания со схемой золотого сечения.

[1] Alberti, De re aedificatoria. Libri X, 1451.
[2] Letarouilly, Edifices de Rome moderne.

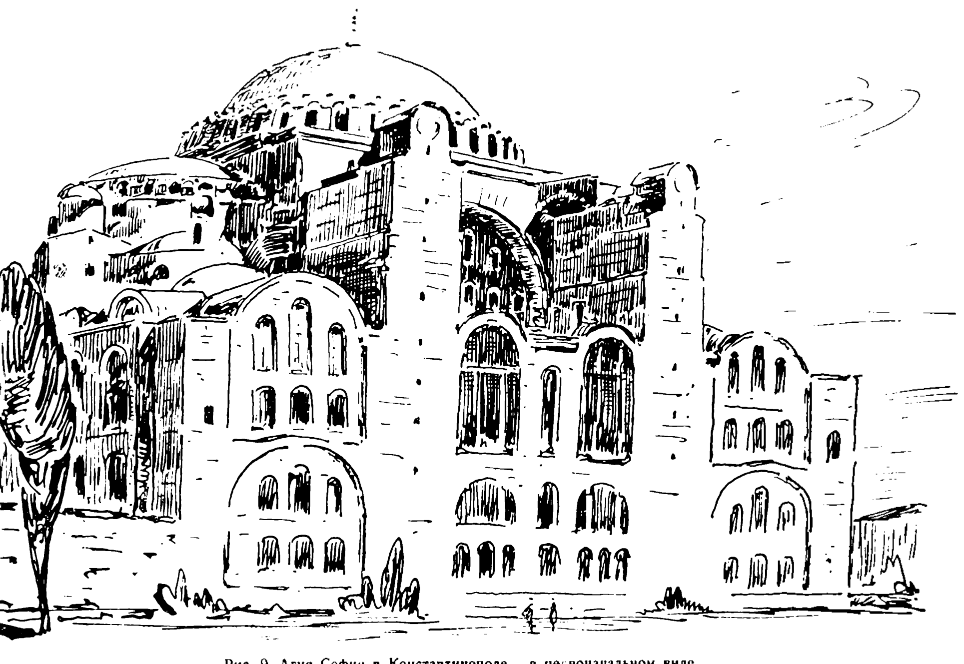
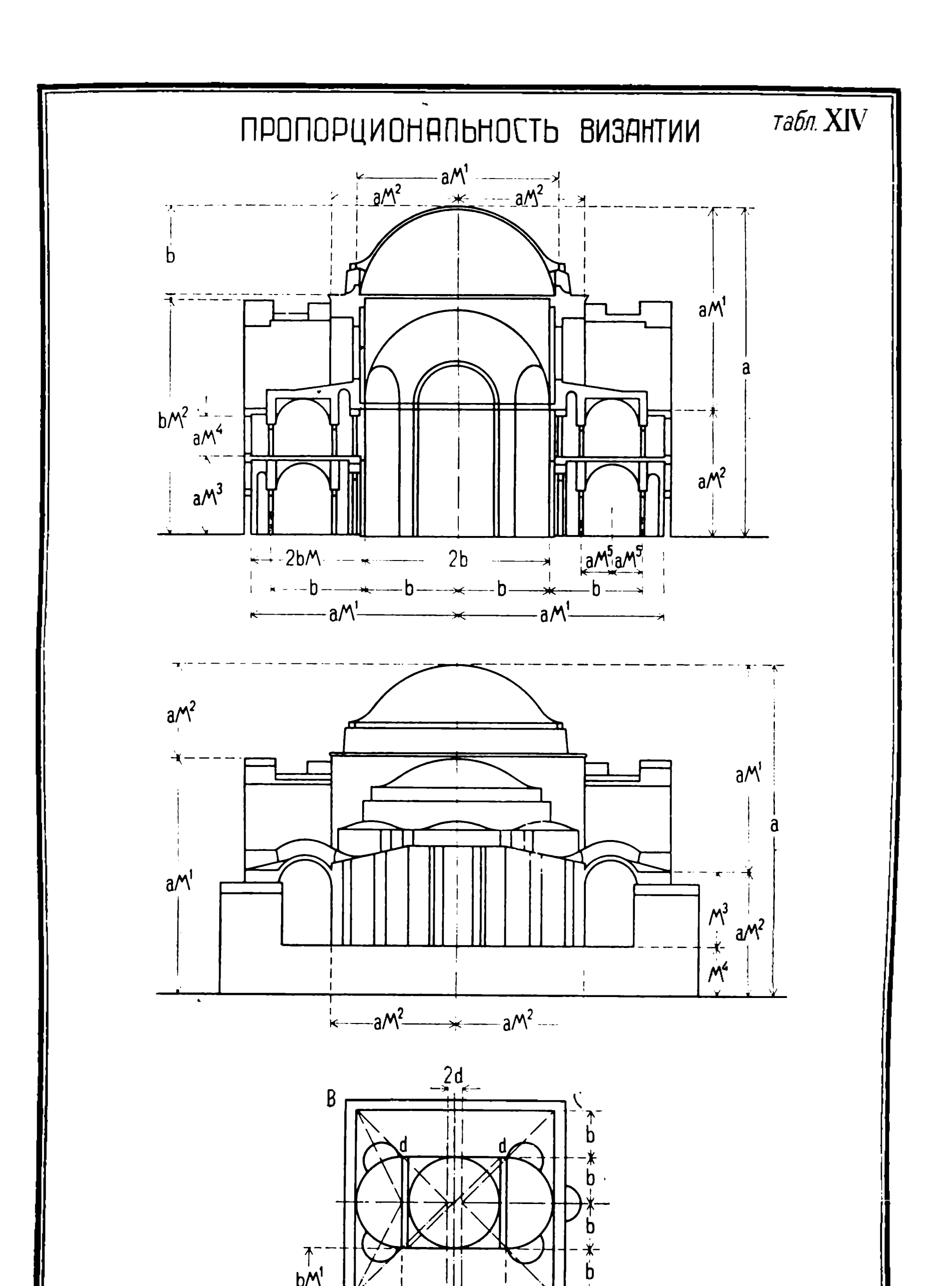


Рис. 9. Агия София в Константинополе — в первоначальном виде.

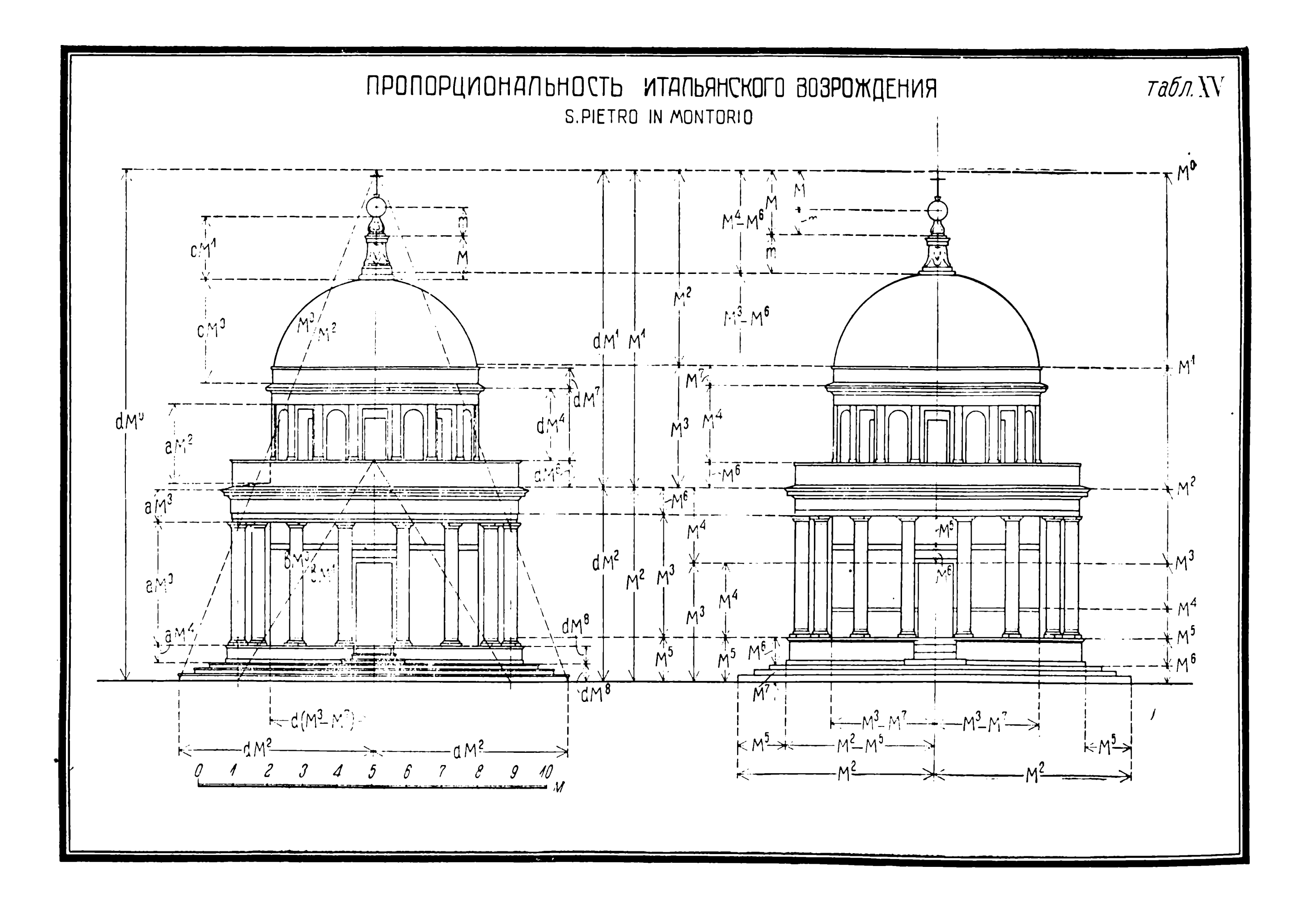
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ВИЗАНТИИ

Табл. XIV



ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ИТАЛЬЯНСКОГО ВОЗРОЖДЕНИЯ

S. PIETRO IN MONTORIO



Тирш в своем исследовании указывает на единственное подобие фигур, которое он усматривает в отношениях отдельных частей между собой этого выдающегося здания; а именно — на подобие нижнего его ордера и барабана, несомненно имеющего место. Но дальше этого Тирш итти не может, а одним этим моментом объяснить чарующее впечатление, которое производит этот типичный образец архитектурной мысли высокого стиля итальянского Возрождения никоим образом не приходится.

Переходя к анализу пропорциональности его, остановимся на разборе непосредственно устанавливаемых в нем по измерениям в натуре отношений, вначале без учета их согласованности между собой, в одно общее целое, т. е. в один пропорциональный комплекс (таблица XV):

1. Приняв за основу высоту колонны нижней колоннады *a*, равную по обмерам 3,58 *м*, получаем основные его членения

а) высота колонны . . . aM^0 целое 3,58 (3,58)
антаблемент и пьедестал . . . . aM^2 минор 1,354 (1,37)
б) антаблемент и пьедестал . . . . . . aM^2 целое 1,354 (1,37)
антаблемент . aM^3 майор 0,845 (0,845)
пьедестал . . . . aM^4 минор 0,523 (0,509)
в) высота колонны . aM^0 майор 3,58 (3,58)
ширина барабана . . aM^{-1} целое 5,79 (5,86)
высота барабана . aM^1 минор 2,21 (2,2)

Переходя к другой группе отношений, согласованных между собой по золотому сечению самостоятельно от предыдущей, имеем следующие пропорции.

2. Полуширина памятника в осях крайних колонн составляет майор высоты ордера с аттиком и цоколем

высота ордера с аттиком и цоколем *b* . . . . . bM^0 = целое 6,316 (6,35)
полуширина здания в осях крайних колонн . . . . bM^1 = майор 3,9 (3,9)

Приняв вслед затем за основу высоту купола, считая ее в верхней грани ордера барабана, равной полуширине барабана, получаем отношение фонаря до шара равной его майор

высота купола = *c* . cM^0 = целое 2,93 (2,92)
фонарь до шара . cM^1 = майор 1,81 (1,8)

4. Приняв исходным размером высоту здания (по измерениям с натуры равной 14,7 *м*), усматривается прежде всего пропорциональное деление целого по высоте на основные свои массы: на нижний ордер, на колоннаду, поддерживающую барабан с куполом и фонарем, которые являются архитектурным оформлением внутреннего перекрытия и верхнего освещения здания; а именно при высоте его $d = 14,7$ *м*

а) Вся высота здания dM^0 = целое 14,7 (14,7)
высота нижнего ордера с его кровлей до низа барабана (ордер — 5,4 + кровля 0,215 = = 5.615) . . . . dM^2 = минор 5,615 (5,625)
и следовательно высота барабана и купола до верху 9,286 — 0,215 = 9,071
а также . . . . dM^1 майор 9,085 (9,071)
б) Полная высота здания . . . . . dM^0 целое 14,7 (14,7)
высота его до купола . . . . . . dM^1 майор 9,085 (9,018)
от купола до верха dM^2 минор 5,615 (5,682)
в) Высота барабана и купола до верха dM^1 целое 9,085 (9,071)
высота купола до верха . . . . . dM^2 майор 5,615 (5,682)
высота барабана dM^3 минор 3,469 (3,47)
г) Полуширина здания в нижней ступени составляет минор всей высоты его, т. е.
вся высота здания dM^0 целое 14,7 (14,7)
полуширина его в выносе нижней ступени . . . . dM^2 минор 5,615 (5,6)
ширина без колоннады . . . . . . $d(M^3 - M^7)$ 5,438 (5,88)
д) Высота барабана с пьедесталом и аттиком . . . . dM^3 целое 3,469 (3,47)
высота его без пьедестала и аттика dM^4 майор 2,146 (2,094)
пьедестал и аттик барабана . . . . dM^5 минор 1,323 (1,295)

5. Высота антаблемента нижнего ордера целое майор которого фриз и архитрав, минор высота его карниза, а именно
высота антаблемента . aM^0 целое 0,845 (0,845)
высота фриза и архитрава . . . . aM^1 майор 0,527 (0,555)
высота карниза . . . . aM^2 минор 0,323 (0,29)

Установив таким образом предварительно согласованность целого ряда отдельных элементов здания, является возможным, с сравнительно незначительными уклонениями от натурных размеров, установить для него непрерывную пропорциональную схему, исходя из одного главного его размера, общей его высоты, а именно:

1) Первым моментом пропорционального деления всей высоты должно быть установлено отношение между собой тех основных частей, на которые вся высота по существу своей композиции разбивается, а именно:

а) Вся высота здания aM^0 целое 14,7 (14,7)
высота его до купола . . . . aM^1 майор 9,085 (9,018)
ордер со стилобатом . . . . . . aM^2 минор 5,615 (5,5)
б) Вся высота здания . aM^0 целое 14,7 (14,7)
высота от барабана до верха здания . . aM^1 майор 9,085 (9,071)
высота нижнего ордера . . . . . . aM^2 минор 5,615 (5,629)

2. Установив основные по высоте массы, каждую из них отдельно, следует пропорционально раз-

бить на их логические членения. Разберем сперва нижние высоты, главной частью которой является колонна, составляющая майор ордера

а) Нижний ордер . . . aM^2 целое 5,615 (5,629)
высота колонны . . aM^3 майор 3,469 (3,58)
антаблемент, пьедестал, стилобат . . . aM^4 минор 2,145 (2,04)

б) Антаблемент, пьедестал, стилобат . . . aM^4 целое 2,146 (2,04)
пьедестал и стилобат aM^5 майор 1,323 (1,00)
антаблемент . . . . aM^6 минор 0,823 (0,845)

в) Высота всего антаблемента . . . . aM^6 целое 0,823 (0,845)
высота архитрава и фриза . . . . aM^7 майор 0,500 (0,555)
высота карниза . . aM^8 минор 0,313 (0,29)

г) Из нижних высот, кроме ордера колоннады, должна быть еще установлена высота проема двери, ведущей внутрь здания. Она составляет майор всей нижней высоты здания, а именно:

высота нижней части здания . . . . . . aM^2 целое 5,615 (5,629)
высота проема двери aM^3 майор 3,469 (3,4)
высота тела стены над ней . . . . aM^4 минор 2,146 (2,229)

д) Тело стены над дверью . . . . . . aM^4 целое 2,146 (2,229)
стена до антаблемента . . . . . aM^5 майор 1,323 (1,384)
антаблемент . . . . aM^6 минор 0,823 (0,845)

е) Высота пьедестала и ступеней . . . . . aM^5 целое 1,323 (1,00)
высота пьедестала . aM^6 майор 0,823 (0,52)
высота стилобата . aM^7 минор 0,5 (0,486)

ж) Высота пьедестала . aM^6 целое 0,823
высота глади его тела . . . . aM^7 майор 0,5
база и карнизик его aM^8 минор 0,313

з) База и карнизик пьедестала . . . . . aM^8 целое 0,313
база его . . . . . . aM^9 майор 0,187
карнизик его . . . aM^{10} минор 0,126

3. Таким образом, как и для нижних частей, придерживаясь хода композиции, получается пропорциональное членение для верхних масс и для архитектурных частей всего сооружения.

а) Высота от низа барабана до верха здания aM^1 целое 9,035 9,071
та же высота без барабана . . . . . . aM^2 майор 5,615 (5,615)
высота барабана . aM^3 минор 3,469 (3,4)

б) Высота барабана . . aM^3 целое 3,469 (3,4)
гладь его без пьедестала и аттика . . . aM^4 майор 2,146 (2,16)
пьедестал и аттик барабана . . . . . . aM^5 минор 1,323 (1,31)

в) Пьедестал и аттик барабана . . . . . . aM^5 целое 1,323 (1,31)
пьедестал барабана aM^6 майор 0,823 (0,78)
аттик его . . . . . aM^7 минор 0,5 (0,58)
высота антаблемента барабана . . . aM^7 минор 0,5 (0,5)

г) Высота барабана . aM^4 майор 2,146 (2,16)
высота фонаря . . aM^5 минор 1,313 (1,29)

д) Отсюда высота купола и креста $aM^2 - aM^5$ целое 4,32 (4,32)
высота купола — их майор . . . . $aM^3 - aM^6$ майор 2,65 (2,5)
шар и крест — их минор . . . $aM^4 - aM^7$ минор 1,65 (1,9)

4. Разбор горизонтальных членений здания на основные массы дает также, логично на основе композиции установленные, пропорциональные размеры, согласованные между собой и вместе с тем и с общими высотами здания.

а) Высота всего здания . . . . . . aM^0 целое 14,7 (14,7)
полудиаметр нижней ступени . . aM^2 минор 5,615 (5,59)

б) Радиус барабана, равный высоте барабана до его карниза, равен . $a(M^3 - M^7)$ 2,97 (2,95)

в) Вынос стилобата от пьедестала колонны . . . . aM^5 1,323 (1,38)

отсюда

г) Вынос колонн от тела стены $a(M^2 - M^5)$ 4,29 (4,15)

Разбор, проведенный на данном примере для всех главных масс здания, может быть доведен до конца, до согласования всех его деталей, базы и капители, антаблемента, наличников и т. д., причем конечно полного соответствия размеров натуры с расчетными, с пропорциональной схемой, не принятой ни в одном из этапов ее композиции, ожидать не приходится.

Тем не менее и в данном примере построение здания, на основе непрерывной пропорциональной связи всех его частей между собой, дает незначительные, в большинстве случаев, уклонения от размеров в натуре, подтверждая этим правильность принятого решения.

На данном примере следует еще отметить то серьезное значение, которое в известных случаях, для пропорциональности здания могут иметь перспективные сокращения.

В данном случае, при круглом купольном здании, нижний ордер, в натуре, на сравнительно небольшом расстоянии, получает доминирующее над верхними частями значение, которое он в геометрали не имеет (рис. 10).

Однако с исправлением перспективных искажений следует быть крайне осмотрительным, считаясь с тем, что здание должно производить пропорционально правильное впечатление не с одного только места, а с разных сторон и с разных точек зрения. Кроме того надо учесть, что разум и опытный, художественно развитый, глаз в значительной мере учитывают перспективные сокращения и далеко не всегда требуют их исправления.

В связи с затронутым вопросом о перспективном впечатлении стоит и вопрос об объемном решении данного здания. В нем, кроме богатой обработки плоскостей, пропорции которых обусловлены разобранными выше их вертикальными



Рис. 10. Сан Пиетро ин Монторио в Риме Браманте.

и горизонтальными отношениями, значительную роль играет непосредственное отношение главных его основных масс. В связи с теми объемными пропорциями, которые получаются принятыми линейными отношениями здания, следует отметить:

1. Объемная композиция здания по существу состоит из двух главных объемов — из внутреннего цилиндра, перекрытого куполом, и из наружной колоннады. По проекту их массы почти одинаковы.

а) Объем внутреннего цилиндра 229 *куб. м* и купола 52 *куб. м* — 281 *куб. м.*

б) Объем одного кольца колоннады 137 *куб. м* также почти равен объему, соответствующему по высоте внутреннему цилиндру 145 *куб. м* — 282 *куб. м.*

2. Кроме того объем открытого над балюстрадой барабана с его куполом 111 *куб. м* соответствует майор нижнего барабана, т. е. объем цилиндра и купола

объем цилиндра и купола	M^0	целое 281 *куб. м*	(281)
объем нижнего цилиндра	M^1	майор 174 „	„ (170)
объем не скрытого колоннадой верхнего цилиндра и купола	M^2	минор 112 „	„ 111

Таким образом выясняется и пропорциональная согласованность основных объемных масс целого, что при решениях подобного рода зданий также необходимо, кроме конечно пропорциональности всех линейных по широте и по высоте размеров.

Более подробно остановившись на разборе данного, интересного во всех отношениях, здания, перейдем к разбору основных масс других выдающихся памятников итальянского Возрождения.

Как и в нем, в большинстве случаев полной пропорциональной согласованности с схемой золотого сечения конечно ожидать не приходится, тем не менее одно то обстоятельство, что таковая все же улавливается в главных членениях зданий времени возрождения должно служить подтверждением значения золотого сечения в их пропорциональности.

Госпиталь в Пистое XV век (рис. 11, стр. 98).[1]

		Расчетн.	В нат.
1. Вся ширина в наружных стенках	aM^0	37 *м*	(37 *м*)
Высота со ступенями до кровли	aM^2	14,13 *м*	(14,15 *м*)
2. Вся высота	aM^2	14,13 „	
Высота аркады без ступеней	aM^3	8,73 „	(8,6)
3. Вся высота	aM^2	14,13 „	
Колонны со ступенями	aM^4	5,4 „	(5,38)
Высота от колонны до кровли	aM^3	8,73 „	(8,8)
4. Высота от колонны до кровли	aM^3	8,73 „	
Арка с аттиком над ней	aM^4	5,4 „	(5,4)
Верхний этаж выше аттика	aM^6	3,83 „	(3,4)
5. Высота арки	bM^0	7,59 „	
Полуширина арки	bM^2	2,9 „	(2,9)
6. Высота верхнего окна	cM^0	1,94 *м*	
Полуширина окна	cM^1	1,2 „	

[1] d'Espouy, Fragments d'architecture de la Renaissance, Paris.

В этом примере раннего итальянского Возрождения поражает четкое пропорциональное членение основных масс, общая согласованность всей высоты с длиной и высот между собой.

Памятник Коллеони в Венеции (рис. 12, стр. 101), исполненный скульпторами Верокио и Алессандро Леонарди. 1479—1496 г.[1]

(Таблица XVI, фигура 2)

1. Вся высота памятника	M^0	11,39	(11,4)
Высота пьедестала	M^1	7,05	(7,05)
Высота конной статуи	M^2	4,35	(4,35)
2. Высота всего пьедестала	M^1	7,05	
Колонна со своим пьедесталом	M^2	4,35	(4,38)
Антаблемент и цоколь	M^3	2,69	(2,67)
3. Антаблемент и цоколь	M^3	2,69	(2,67)
Высота цоколя	M^4	1,62	(1,55)
Высота антаблемента	M^5	1,08	(1,12)
4. Высота всего пьедестала	M^1	7,05	
Высота колонны с антаблементом	M^2	4,35	(4,42)
Высота пьедестала колонны и цоколя	M^3	2,69	(2,63)
5. Высота всего памятника	M^0	11,39	
Высота пьедестала	M^1	7,05	
Глубина пьедестала в цоколе	M^2	4,35	(4,35)
Ширина пьедестала в средней ширине угловых колонн	M^4	1,66	(1,67)

Кроме ряда других пропорциональных отношений в этом удивительном по своей художественной цельности памятнике пропорциональная связь его основных масс, пьедестала и конной фигуры, составляющей его майор, достигнута полностью.

иблиотека св Марка в Венеции. Як. Сансовино. 1536 г.[2]

1. Вся высота с аттиком	aM^0	17,77	(17,77)
Высота первого этажа до карниза	aM^2	6,79 „	(6,8)
Высота второго этажа с карнизом 1-го этажа	aM^1	10,98 „	(10,97)
2. Вся высота с аттиком	aM^0	17,17 „	
Вся ширина в осях крайних колонн трех арок	aM^1	10,98 „	(11)
Полуширина в наружной линии пилястр	aM^2	6,79 „	(6,79)
3. Высота верхнего этажа	aM^1	10,98 „	
Колонна с пьедесталом и карнизом 1-го этажа	aM^2	6,79 „	(6,68)
Антаблемент и аттик	aM^3	4,19 „	(4,3)
4. Высота арки 1-го этажа	bM^0	4,84 „	(4,84)
Полуширина арки 1-го эт.	bM^2	1,85 „	(1,85)
5. Высота колонны 2-го этажа	bM^0	4,84 „	(4,8)
Полуширина арки 2-го этажа	bM^2	1,85 „	(1,85)

Выходящий на Лагуну главный фасад блестящей аркады библиотеки, в своих общих массах — ши-

[1] d'Espouy, Fragments d'architecture de la Renaissance, Paris.

[2] d'Espouy. Fragments d'architecture.

рине, составляющей майор ее высоты, пропорционально полностью уравновешен.

Что же касается членения всей высоты на нижний и верхний ордер, из которых нижний майор верхнего, то здесь является спорным правильность этого членения, не в верхней грани антаблемента нижнего ордера, а под карнизом его.

Отчасти такое деление может быть оправдано той резкой тенью, которой карниз отрывается от тела стены.

Остальные отношения главных масс здания, как отмечено в разборе, также дают близкие согласования с золотым сечением.

Лоджетта Сансовино на площади св. Марка в Венеции XVI в.[1]

1. Вся высота лоджии (без ступенек) . . . . M^0 целое 8,187 (8,187)
   Высота нижнего ордера M^1 майор 5,059 (4,979)
   Аттик и балюстрада . . M^2 минор 3,127 (3,208)
2. Высота нижнего ордера M^1 целое 5,059 (4,979)
   Высота колонн . . . . M^2 майор 3,127 (3,004)
   Пьедестал и антаблемент M^3 минор 1,931 (1,975)
3. Пьедестал и антаблемент M^3 целое 1,931 (1,975)
   Пьедестал . . . . M^4 майор 1,195 (1,335)
   Антаблемент . . . . . . M^5 минор 0,736 (0,64)
4. Аттик и балюстрада над ним . . . . M^2 целое 3,127 (3,208)
   Высота аттика . . . . . M^3 майор 1,932 (2,028)
   Высота балюстрады . . M^4 минор 1,195 (1,18)
5. Высота ордера . . . . . M^1 целое 5,059 (4,979)
   Ширина арки от оси до оси колонн . . . . . . M^2 минор 3,127 (3,008)
   Расстояние между арками в осях колонн . . . M^4 минор 1,195 (1,4)
   M^2

Таким образом общий ритм междуосия арок и колонн дает отношения $M^4 : M^2 : M^4 : M^2 : M^4 : M^2$.

6. Полная ширина всей галереи в выносе нижней ступени равна полной высоте ее.
   Вся высота 8,187 (8,187)
   Вся ширина 8,187 (8,19)
7. Высота ступенек стилобата . . . . M^6 минор 0,459 (0,46)
   Высота пьедестала колонн . . . . M^4 целое 1,195 (1,335)

Таким образом пропорции всей изящной мраморной лоджии полностью согласуются по золотому сечению, как одно архитектурное целое.

Дворец Тиене-Палладио в Виченце. 1556 г.[2]

1. Высота 1-го этажа . . . целое $M^0 = 7$ (7)
   Нижняя его часть до камней перемычек . . . майор $M^1 = 4{,}33$ (4,32)
   Верхняя его часть . . . минор $M^2 = 2{,}67$ (2,67)
2. Нижняя часть 1-го этажа целое $M^1 = 4{,}32$ (4,32)
   Высота окна . . . . . . майор $M^2 = 2{,}67$ (2,67)
   Высота цоколя до окна минор $M^3 = 1{,}65$ (1,69)
3. Высота 2-го этажа . . . $M^0 + M^2 = 9{,}67$ (9,93)
4. Высота пилястр 2-го этажа . . . . целое $M^0 = 7{,}00$ (7,19)
   Высота окна с фронтоном . . . . майор $M^1 = 4{,}33$ (4,33)
5. Антаблемент и пьедестал целое $M^2 = 2{,}67$ (2,67)
   Высота антаблемента . . майор $M^3 = 1{,}65$ (1,577)
   Высота пьедестала колонн . . . . минор $M^4 = 1{,}00$ (1,09)
6. Высота антаблемента . . $M^3 = 1{,}65$ (1,577)
   Фриз и архитрав . . . . $M^4 = 1{,}00$ (0,93)
   Карниз . . . . $M^5 = 0{,}65$ (0,647)
7. Полная ширина между пилястрами . . . . майор $M^3 = 1{,}65$ (1,62)
   Полурасстояние пилястр минор $M^4 = 1{,}00$ (1,1)

Дворец Киерикати (в Виченце — гражданский музей. Палладио. 1666 г.[1]

1. Нижний этаж с цоколем и аттиком . . майор $M^0 = 10{,}673$ (10,678)
   Дорические пилястры 1-го этажа . . минор $M^1 =$ 6,6 (6,685)
   Аттик 1-го этажа . $M^5 =$ 0,964 (1,05)
2. Второй этаж . . . . $M^0 - M^4$ 9,11 (9,11)
   Ионические пилястры 2-го этажа . . целое $M^1 =$ 6,6 (6,47)
   Антаблемент 2-го этажа с аттиком . минор $M^3 =$ 2,524 (2,483
3. Аттик 2-го этажа . минор $M^5 =$ 0,964 (1,08)
   Антаблемент 2-го этажа . . . . . . майор $M^4 =$ 1,56 (1,403)
   Фигуры ад аттиком . . . . целое $M^3 =$ 2,524 (2,55)

В этих двух двухэтажных дворцах, построенных в Виченце, Палладио не соединяет оба этажа в один ордер и дает сравнительно небольшую разницу между ними, лишая этим общую высоту известной целостности, тем не менее этажи имеют пропорциональную связь между собой. В первом из них в дворце Тиене нижний этаж на M^4 ниже верхнего и равен $M^0 - M^4$. Во дворце Киерикати верхний ордер выше нижнего на $M^3 = M^0 - M^3$. В остальном основные размеры нормально согласуются с золотым сечением.

Дворец Вальмарана в Виченце. Палладио. 1566 г.[2]

1. Высота стены до антаблемента большого ордера . . . . целое M^0 12,933 (13)
   Высота стены до антаблем. малого ордера майор M^1 7,933 (7,94)
   Верхняя часть стены . минор M^2 4,94 (5,06)
2. Высота стены до антаблемента малого ордера . . . . целое M^1 7,933 (7,94)
   Высота малых пилястр майор M^2 4,94 (4,82)
   Высота пьедестала большого ордера . . минор M^3 3,053 (3,12)

[1] Otto Raschdorff. Palast-Architektur von Ober-Italien und Toscana Venedig.
[2] A. Haupt, Palast.-Architektur von Ober-Italien und Toscana. Berlin 1908.

[1] Haupt, Palast-Architektur von Ober-Italien und Toscana.
[2] Haupt, Palast-Architektur von Ober-Italien und Toscana.

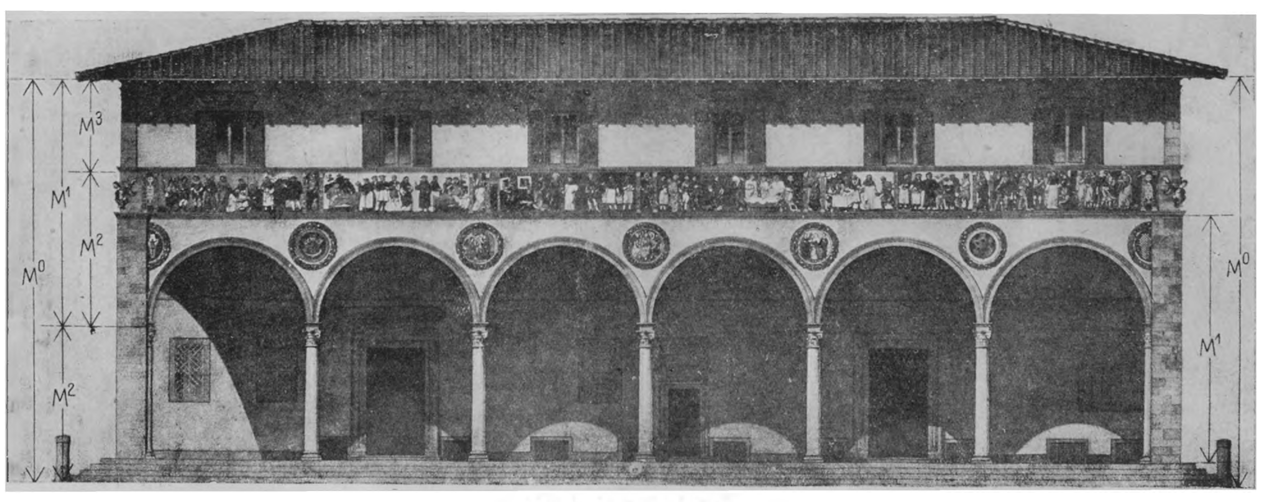
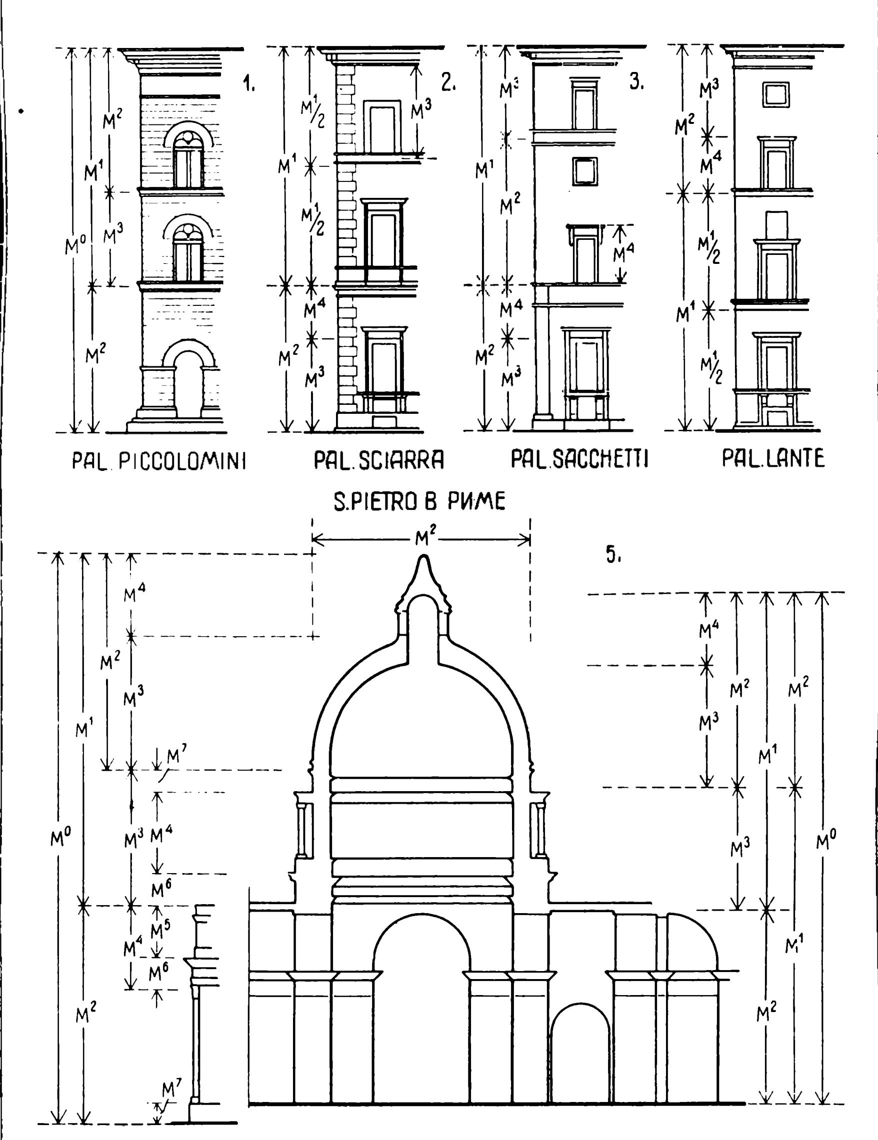


Рис. 11. Госпиталь в Пистое.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ИТАЛЬЯНСКОГО ВОЗРОЖДЕНИЯ



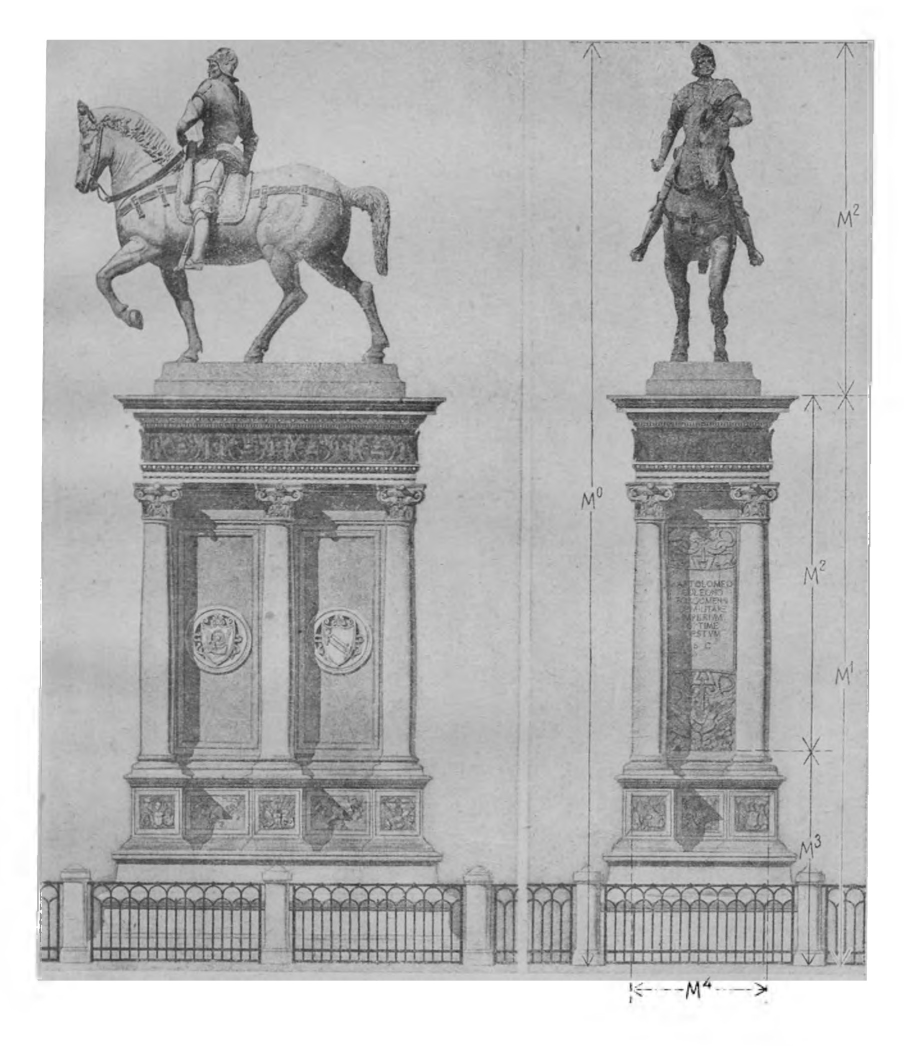


Рис. 12. Памятник Коллеони — Леопарди и Верокио.

3.	Верхняя часть стены	целое M^2	4,94	(5,06)
	Гладь оконной части или высота фигур	майор M^3	3,053	(3,055)
	Антаблемент и аттик малого ордера	минор M^4	1,887	(2,005)
4.	Высота стены до антаблемента большого ордера	целое M^0	12,933	(13)
	Антаблемент и аттик большого ордера	минор M^2	4,94	(4,427)
5.	Антаблемент большого ордера	целое M^4	1,887	(1,93)
	Архитрав и фриз его	майор M^5	1,166	(1,115)
	Высота карниза равна ее выносу	минор M^6	0,721	(0,78)

Лоджия дель-Капитанио в Вероне. Палладио. [1]

1.	Вся высота со ступен. и аттиком	целое M^0	19,29	(19,03)
	Колонны большого ордера	майор M^1	11,92	(11,92)
	Цоколь, антаблемент и верхний этаж	минор M^2	7,37	(7,42)
2.	Высота колонн большого ордера	целое M^1	11,92	(11,92)
	Нижние колонны	майор M^2	7,37	(7,22)
	Второй этаж до антаблемента большого ордера	минор M^3	4,53	(4,7)
3.	Высота колонн большого ордера	майор M^1	11,92	(11,92)
	Полуширина фасада в осях колонн	минор M^2	7,37	(7,42)

Во дворце Вальмарана в Виченце и в Лоджии дель Капитанио в Вероне Палладио соединил три этажа в одном ордере. Этот последний и доминирует своими массами над целой высотой и определяет ее пропорции, подчиняя себе все остальные части, при общем их согласовании с золотым сечением.

Папская канцелярия в Риме Браманте.

Вход в С.-Лоренцо. [2]

1.	Вся высота двери со ступенями и с карнизом	M^0	7,25	(7,205)
	Ширина двери с наличн.	M^1	4,482	(4,482)
	Проем двери	M^2	2,77	(2,69)
	Обрамление двери	M^3	1,71	(1,792)
			(0,896 + 0,896)	
2.	Наличник и контрналичник	M^0	0,896	(0,896)
	Наличник	M^1	0,533	(0,597)
	Контрналичник	M^2	0,239	(0,299)
3.	Высота антаблемента	M^0	1,855	(1,855)
	Фриз и архитрав	M^1	1,146	(1,207)
	Карниз	M^2	0,709	(0,648)
4.	Ширина проема		2,69	
	Высота проема = 2 ширинам		5,38	(5,35)

[1] Haupt, Palast-Architektur von Ober-Italien und Toscana.
[2] Letarouilly. Edifices de Rome moderne, Paris 1842.

На таблице XVI представлен ряд трех и четырехэтажных дворцов итальянского Возрождения, разбор которых дает близкие к золотому сечению пропорции этажей между собой, так:

1. Дворец Пикколомини в Сиене, трехэтажное здание флорентинского стиля раннего возрождения, в своих общих массах, в разбивке своих этажей дает полное пропорциональное членение. В нем вся высота M^0 составляет целое, майор которого M^1 — два верхних этажа, нижний M^2 — минор. Два верхних этажа M^1 в свою очередь целое, майор которого M^2 — 3-й этаж, минор — 2-й этаж, т. е.

$$M^0 = M^2 + M^3 + M^2.$$

2. Дворец Шарра в Риме, [1] постройка Фламинио Понцио; как и предыдущий, трехэтажный при той же основной разбивке на первый и два верхних этажа, эти последние почти равны между собой

$$M^0 = M^2 : M^1/_2 : M^1/_2.$$

3. Дворец Саккети в Риме, [1] постройка Антонио да Сангалло. Здание четырехэтажное В нем вся высота также расчленена на майор — три верхних этажа и минор первый этаж. Три верхних этажа вновь разбиты на майор второй и третий этаж, минор — четвертый

$$M^0 = M^2 : M^2 : M^3.$$

4. Дворец Ланте [1] в Риме приписывается А. Сансовино. Здание четырехэтажное. В нем два нижних этажа — майор, два верхних — минор. Нижние два разделены пополам, верхние дают отношение майор к минор

$$M^0 = \frac{1}{2} M^1 : \frac{1}{2} M^1 : M^4 : M^3.$$

5. Собор св. Петра в Риме (рис. 13, стр. 102). На таблице XVI, фигура 5, дан разбор собора св. Петра в Риме (1506—1626 гг.), который как в фасадных, так и во внутренних основных членениях дает также близкие к золотому сечению пропорции, исходя для наружных высот из общей фасадной, для внутренних из общей внутренней высоты. При этом постепенное пропорциональное по золотому сечению членение согласуется с основными массами, отвечающими принятому композиционному решению.

а) Наружные его высоты

1.	Вся высота собора до креста	целое — M^0
	Купол с барабаном и фонарем	майор — M^1
	Высота фасадов с аттиком	минор — M^2
2.	Купол с барабаном и фонарем	целое — M^1
	Купол с фонарем	майор — M^2
	Барабан	минор — M^3
3.	Купол с фонарем	целое — M^2
	Высота одного купола	майор — M^3
	Высота фонаря	минор — M^4
4.	Высота всего фонаря	целое — M^4
	Высота его барабана	майор — M^5
	Высота его шатрового перекрытия	минор — M^6

[1] Letarouilly. Edifices de Rome moderne, Paris 1848.

5. Высота барабана купола с пьедесталом и аттиком . . . . майор — M^3
Колоннада барабана купола . . минор — M^4

б) Внутренние его высоты

1. Вся внутренняя высота до шелыги купола фонаря . . . . целое — M^0
Высота внутреннего барабана и купола . . . . майор — M^1
Высота подпружных арок . . . . минор — M^2
2 Высота барабана и купола . . . . целое — M^1
Высота купола с фонарем . . . . майор — M^2
Высота барабана . . . . минор — M^3
3. Высота купола с фонарем . . . . целое — M^2
Высота купола . . . . майор — M^3
Высота фонаря . . . . минор — M^4
Ширина купола минор всей высоты — M^2

§ 33. Нормы ордеров Витрувия и Виньолы и их согласование с золотым сечением

Ввиду того исключительного значения, которое нормы Витрувия приняли в толкованиях зодчих итальянского Возрождения, в дополнение к пропорциональному разбору памятников этого стиля приведем таблицу, выясняющую согласованность с золотым сечением тех пропорций ордеров классики, которые были установлены, с одной стороны, Витрувием, с другой, теоретиками эпохи Возрождения, в особенности Виньолой, и которые послужили нормой для всех последующих веков во всех сооружениях, имеющих своей основой классику.

В таблице, для каждого из трех ордеров классики, мы даем нормы Витрувия и нормы Виньолы с указанными ими отношениями отдельных составных частей ордера между собой. Параллельно приводим их размеры в частях основной единицы ордера — высоты колонны и соответствующие им пропорции золотого сечения. Высоту колонн обозначим H, нижний диаметр D, радиус R.

Дорический ордер по нормам Витрувия

	По Витрувию		По золотому сечению	
	по указ. Витрувия	в отнош. к H	по норме	в отн. к H
Высота колонн .	$H = 7$ до $7^1/_2 D$	1,00	M^0	1,00
Нижний диаметр	$D =$ [illegible] H	0,143—0,134	M^4	0,146
Верхний диаметр	$^5/_6 D$ до $^7/_8 D$	0,11 —0,125	$\frac{1}{2} M^3$	0,118
Капитель колонны	R	0,071—0,067	$\frac{1}{2} M^4$	0,073
Антаблемент . .	$3^9/_{16} R$	0,24 —0,25	M^3	0,236
Архитрав . . .	R	0,071—0,067	$\frac{1}{2} M^4$	0,073
Фриз	$1^1/_2 R$	0,1 —0,107	$\frac{1}{2} M^4$	0,073
Карниз	$1^5/_{16} R$	0,09 —0,094	M^5	0,090
Междуосие . .	$5^5/_8$ до $7^1/_2 R$	0,39 —0,53	$M^3 - \frac{1}{2} M^1$	0,382—0,5

Дорический ордер по нормам Виньолы

	По Виньоле		По золотому сечению	
	по указ. Виньолы	в отнош. к H	по норме	в отн. к H
Высота колонн . .	$H = 8D$	1,00	M^0	1,00
Нижний диаметр .	$D = \frac{1}{8} H$	0,125		
Средний диаметр .		0,114	$2M^6$	0,115
Верхний диаметр .	$^5/_6 D$	0,104		
База колонны . .	R	0,062	M^6	0,056
Капитель колонн .	R	0,062	M^6	0,056
Антаблемент . . .	$4R$	0,25	M^3	0,236
Архитрав	R	0,062	M^6	0,056
Фриз	$1^1/_2 R$	0,094	M^5	0,09
Карниз	$1^1/_2 R$	0,094	M^5	0,09
Междуосие . . .	$7^1/_2 R$	0,468	$M^2 + M^3$	0,472

Ионический ордер по Витрувию

	По Витрувию		По золотому сечению	
	по указ. Витрувия	в отнош. к H	по норме	в отн. к H
Высота колонн . .	$19R$	1 000	M^0	1,00
Нижний диаметр	$1/9^1/_2 R$	0,105	$M^6 + M^6$	0,111
Верхний диаметр	$^5/_6$ до $^7/_8 D$	0,087—0,092	M^5	0,09
База колонны . .	R	0,053	M^6	0,056
Капитель колонны	$^{19}/_{18} D$	0,555	M^6	0,056
Антаблемент . . .	$3^1/_{10}$ до $5R$	0,171—0,262	M^3	0,236
Архитрав	R до $^{19}/_{12} R$	0,053—0,084	$\frac{1}{2} M^4$	0,072
Фриз	$^3/_4$ до $^4/_3$ арх.	0,07 —0,063	$\frac{1}{2} M^4$	0,072
Карниз	$^{19}/_{12} R$	0,084	M^5	0,09
Междуосие . . .	$6^1/_2$ до $7^1/_2 R$	0,342—0,394	M^3	0,382

Ионический ордер по Виньоле

	По Виньоле		По золотому сечению	
	по указ. Виньолы	в отнош. к H	по норме	в отнош. к H
Высота колонн . .	$18 R$	1,00	M^0	1,00
Нижний диаметр .	$^1/_9 H$	0,111	$M^6 + M^6$	0,111
Верхний диаметр	$^5/_6 D$	0,092	M^5	0,09
База колонны . .	R	0,055	M^6	0,056
Капитель колонны	$^{10}/_{18} R$	0,058	M^6	0,056
Антаблемент . . .	$4^1/_2 R$	0,247	M^3	0,236
Архитрав	$1^1/_4 R$	0,069	$\frac{1}{2} M^4$	0,072
Фриз	$1^1/_2 R$	0,082	$\frac{1}{2} M^4$	0,072
Карниз	$1^3/_4 R$	0,096	M^5	0,09
Междуосие . . .	$6^1/_2 R$	0,357	M^3	0,382

Ф. в Г. Д. Гримм.

Рис. 13. Собор Св. Петра в Риме.

Коринфский ордер по Витрувию

	По Витрувию		По золотому сечению	
	по указ. Витрувия	по отнош. к H	по норме	по отн. к H
Высота колонн . .	$20R$	1,00	M^0	1,00
Нижний диаметр	$^1/_{10}R$	0,1		
Средний диаметр			M^5	0,09
Верхний диаметр	$^5/_8 - ^7/_8 D$	0,084 – 0,088		
База колонны . .	R	0,05	M^6	0,058
Капитель колонны	$2^1/_6 R$	0,108	$\frac{1}{2}M^3$	0,118
Междуосие . .	$6^1/_2$ до $7^1/_2 R$	0,325 – 0,375	$M^1, M-M^2$	0,309 — —0,382

Коринфский ордер по Виньоле

	По Виньоле		По золотому сечению	
	по указ. Виньолы	по отнош. к H	по норме	по отнош. к H
Высота колонн . .	$20R$	1,00	M^0	1,00
Нижний диаметр .	$^1/_{10}H$	0,1		
Средний диаметр	$^1/_{11}H$	0,09	M^5	0,09
Верхний диаметр	$^1/_{12}H$	0,083	$\frac{1}{2}M^4$	0,073
База колонны . .	R	0,05	M^6	0,056
Капител колонны	$2^1/_6 R$	0,108	$\frac{1}{2}M^3$	0,118
Антаблемент . . .	$5R$	0,25	M^3	0,236
Архитрав . . .	$1^1/_2 R$	0,075	$\frac{1}{2}M^4$	0,073
Фриз	$1^1/_2 R$	0,075	$\frac{1}{2}M^4$	0,073
Карниз	$2R$	0,1	M^5	0,09
Междуосие . . .	$6^2/_3 R$	0,333	$\frac{1}{2}M^1$	0,309

Сравнительная таблица ордеров классики выявляет близкую согласованность канонов Витрувия и теоретиков итальянского Возрождения с золотым сечением и дает указание их правильной нормировки, исходя из основного их целого — высоты колонны.

Все приведенные выше примеры пропорционального разбора памятников и норм итальянского Возрождения подтверждают высказанное выше положение, что золотое сечение, как интутивно уловленный зодчими закон пропорциональности, красной нитью проходит в отношениях всех выдающихся памятников этого стиля. Не будучи органически включено в их композицию, золотое сечение тем не менее играет выдающуюся в их пропорциональности роль и дает, на основе условленной в классическом зодчестве схемы пропорциональности, полную возможность стройного пропорционального строения.

§ 34. Золотое сечение в памятниках барокко

Барокко, по мнению Вельфлина, [1] правильное расчленение заменяет свободно ритмическим следованием, он атектоничен и является стилем большей или меньшей прикрытой закономерности и свободного порядка. Барокко решается давать нечистые пропорции и вносит диссонанс в созвучие форм. Барокко дает сознательно создаваемый „диссонанс".

Допуская приведенные толкования в смысле отхода композиционных начал в зданиях барокко от принятых до них в архитектуре итальянского Возрождения и классики норм этой последней, выставленные положения в отношении закономерности начал пропорциональности архитектуры для памятников барокко не подходят. Так, поверка пропорциональности в памятниках барокко приводит к заключению, что архитектурные памятники этого стиля в своей основе, в главных своих членениях, в распределении своих масс подчиняются тому же высшему порядку архитектурной пропорциональности, который нами установлен в классике, в итальянском Возрождении и в других стилях.

Смольный собор в Ленинграде (таблица XVII). Для подтверждения этого положения даем пропорциональный разбор основных архитектурных частей главного фасада одного из общепризнанных памятников этого стиля — Смольного собора в Ленинграде (рис. 14, стр. 104). Представляющий собой исключительную художественную ценность Смольный собор в своих архитектурно-композиционных формах, как и все сооружения барокко,—атектоничный. Далекий от духа классицизма, он тем не менее дает не меньшую чем в памятниках итальянского Возрождения согласованность с общим мерилом пропорциональности, красной нитью проходящим по всем архитектурноценным памятникам, с золотым сечением.

Размеры собора взяты в нашем разборе с чертежей, исполненных около 1910 г. архит. Павловым по измерениям с натуры, с лесов, при капитальном ремонте собора.

Начнем разбор с общих отношений главных масс его:

				в нат.
1. Вся высота собора (300 фут.)	aM^0	целое	91,44 *м*	(91,44 *м*)
Барабан и купол .	aM^1	майор	56,51 „	(56,86 „)
Нижняя часть собора	aM^2	минор	34,93 „	(34,61 „)

Вся высота собора следовательно, по существу своей композиции состоящая из двух основных масс, из круглого в плане главного и малых куполов, с одной стороны, и из нижних, прямоугольных в плане, поддерживающих купола массивов, с другой, в этих основных своих массах дает членение, вполне согласованное с золотым сечением, при весьма незначительной погрешности в менее 0,3 *м* на общем размере в 91 *м*.

2. Вся высота собора .	aM^0	целое	91,44 *м*	(91,44)
Вся ширина собора .	aM^1	майор	56,51 „	(56,31)

[1] Г. Вельфлин, Ренессанс и барокко, 1913. Его же. Основные понятия истории искусств, 1930.

Таким образом второе основное отношение, определяющее гармоничное впечатление целого, ширина собора полностью пропорционально уравновешена с высотой его, составляя его майор по золотому сечению и говорить о диссонансе общих масс собора не приходится.

3. Дальнейшее членение по высоте нижних частей собора дает следующие отношения:

Высота нижней части собора . aM^2 34,93 (34,61)

Из всей этой высоты прежде всего должна быть выделена крыша, которая по высоте дает aM^5 8,23 (8,03) отсюда высота всей нижней фасадной стены равна $aM^2-aM^5=26{,}70$ *м* в натуре 26,70 *м*. Высота этой основной нижней части, т. е. фасадная стена собора, по высоте расчленена композиционно на нижний ордер с колоннами и на верхней между консолями. Эти две основные части также находятся в отношении майор к минор друг к другу, а именно:

Вся высота обоих ордеров нижней части собора	aM^2-aM^5	целое	26,70 (26,70)
Высота нижнего ордера	aM^1-aM^6	майор	16,46 (16,46)
Высота верхнего ордера	aM^4-aM^7	минор	10,24 (10,24)

4. Первое по горизонталям членение всей нижней ширины главного фасада собора дает выступ, отвечающий ширине верхнего купольного мотива, идейно принимающий его нагрузку. Этот выступ составляет майор всей нижней ширины собора.

Вся нижняя ширина собора	aM^1	целое	56,51	56,31
Главный 1-й выступ	aM^2	майор	34,93	34,95

5. Далее средний выступ, отвечающий среднему нефу собора, пропорционально уравновешен, как со всей нижней его шириной, так и с ее первым фасадным выступом.

Вся нижняя ширина собора	aM^1	целое	56,51	56,31
Ширина первого выступа	aM^2	майор	34,93	34,95
Ширина среднего выступа	aM^3	минор	21,58	21,25

6. Что касается верхних купольных пропорций, то и здесь устанавливается ряд соответствующих золотому сечению отношений

а) Расстояние между барабанами боковых куполов	aM^4	целое	13,35	13,29
Ширина барабанов куполов в теле их стен	aM^5	майор	8,23	8,23

Таким образом весь верхний купольный массив по ширине дает отношение

$$aM^5 : aM^4 : aM^5, \text{ т. е. } m : M : m$$

б) Ширина нижнего храма	aM^1	целое	56,51	56,31
Ширина его первого выступа	aM^2	майор	34,93	34,95
Ширина купола в осях боковых куполов	aM^3	минор	21,58	21,25

в) Высота нижнего ордера куполов	aM^4	13,35	13,34
Высота главного купола	aM^4	13,35	13,34
Высота барабана и главн. фонаря	aM^4	13,35	13,60

Подытоживая результаты разбора основных масс собора, следует указать, что отрыва от общей схемы золотого сечения в его пропорциях не замечается. Главные архитектурные его части как по высоте, так и по горизонталям пропорционально связаны с общей высотой собора. Кроме этих отношений, имеется ряд отдельных отношений некоторых архитектурных частей, между собой пропорционально согласованных, но не введенных в схему пропорциональности основных масс, имеются также некоторые архитектурные части не согласованные с золотым сечением, т. е. имеется налицо вся та картина неполной согласованности всех архитектурных частей между собой, при полной пропорциональности главных масс, которую и дает каждое сооружение, предварительно непроработанное в этом отношении, интуитивно прочувствованное. Никаких сознательно внесенных диссонансов пропорциональности, помимо известного отхода от норм классики не усматривается и во всяком случае неоспоримо наличие золотого сечения в членениях основных масс собора.

§ 35. Золотое сечение в памятниках готики

В архитектурных памятниках готики принцип применения геометрических построений для определения правильных отношений архитектурных частей между собой не подлежит сомнению, подтверждаясь при разборе любого памятника готики.

Параллельно, однако, с этим, сознательно внесенным принципом пропорциональности, в лучших памятниках готики, как и в классике, проскальзывает интуитивно достигнутое согласование отношений архитектурных их частей с законом золотого сечения.

С о б о р в У л ь м е (таблица XVIII). Для примера приведем разбор высочайшей массивной, каменной башни собора в Ульме в Германии. Постройка собора начата в 1377 г., башни в 1420 г. Собор закончен в XVI в., за исключением верхних частей башни, которые по оригинальным основным чертежам мастера Беблингера достроены во второй половине прошлого века. Размеры взяты по исполнительным чертежам. Из разбора пропорции башни выясняется, что в основу принятых отношений отдельных архитектурных их частей положена триангуляция здания, путем правильного равностороннего треугольника.

Проследим ее на главных отношениях высоты и ширины башни.

1. Вся высота до верха венчающей фиалы . . . . 160,65 *м*.

Вся эта высота разделена на 9 равных частей

а) высота портала . . 1 часть 17,85 в нат. (17,85)

б) высота нижнего массива башни . . 4 части 71,40 „ (71,40)



Рис. 14. Западный фасад Смольного собора.

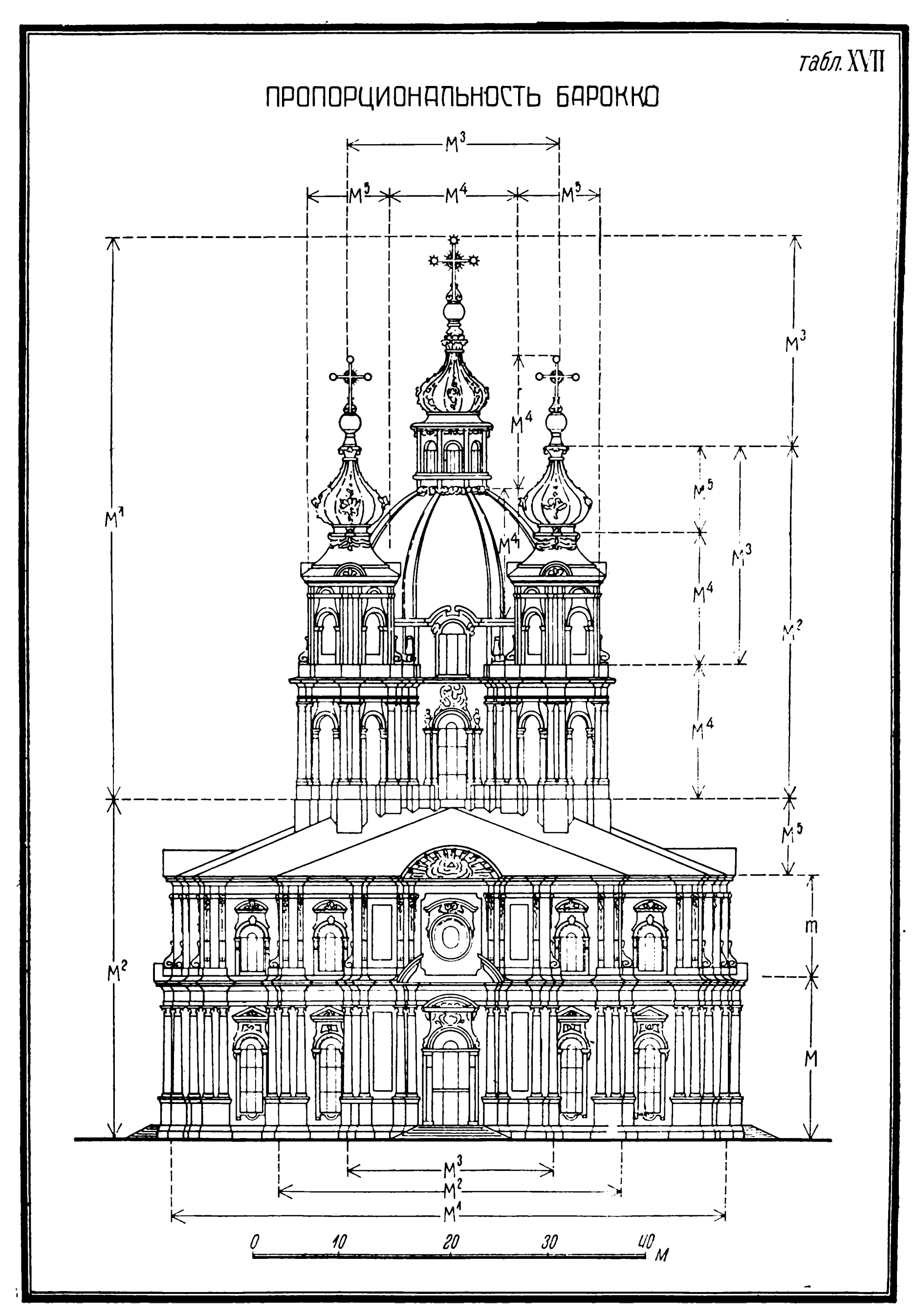
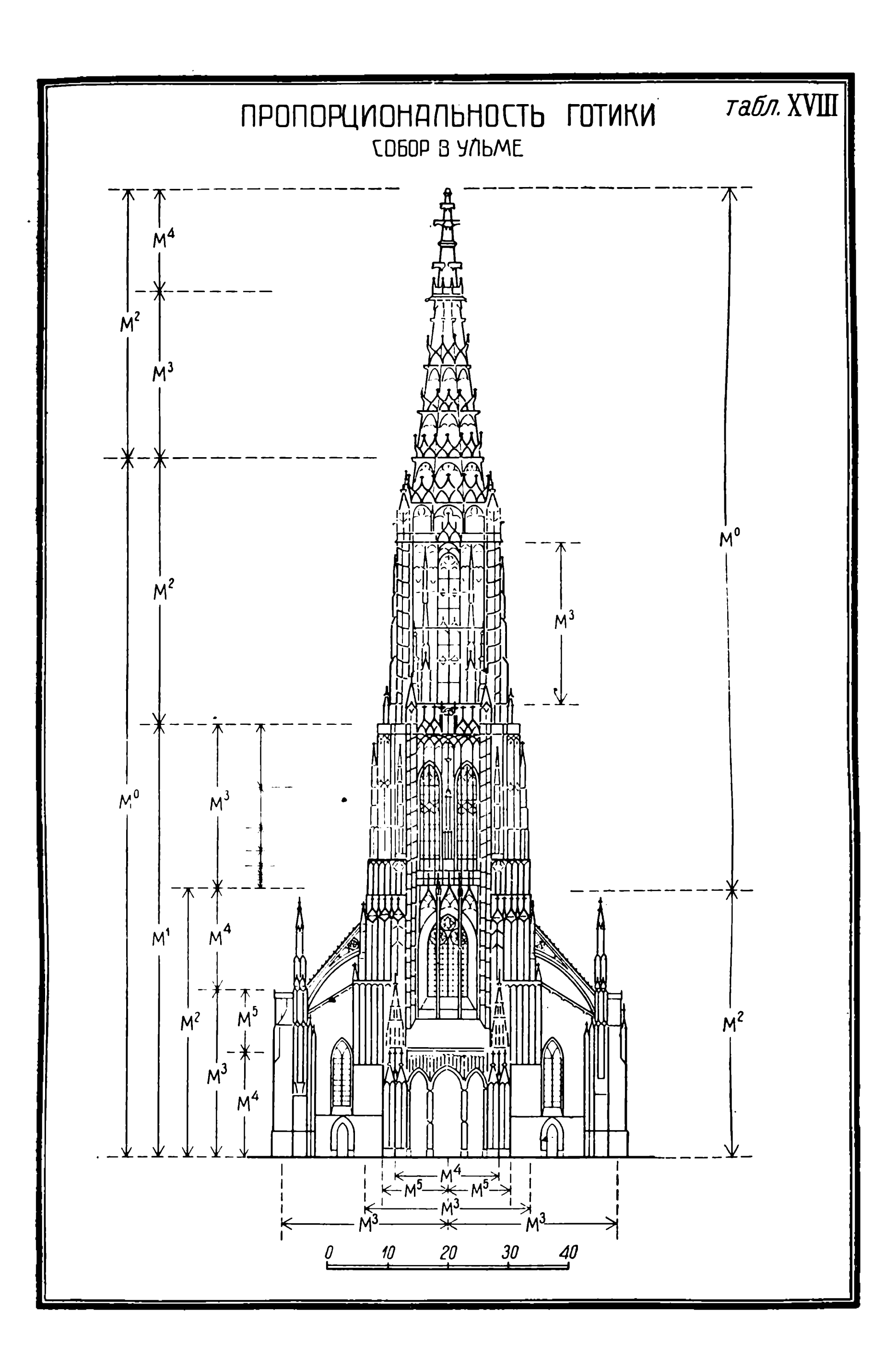


Табл. XVII
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ БАРОККО
M³
M⁵
M⁴
M⁵
M¹
M³
M⁴
M⁵
M³
M⁴
M²
M⁴
M⁴
M⁵
M²
m
M
M³
M²
M¹
0
10
20
30
40
M


ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ГОТИКИ
СОБОР В УЛЬМЕ
Табл. XVIII
M4
M2
M3
M2
M0
M3
M1
M4
M2
M5
M3
M4
M3
M0
M2
M4
M5
M5
M3
M3
M3
0
10
20
30
40

в) высота восьмигранной призмы . 2 части 35,70 . (35,70)
г) высота восьмигран. пирамиды . 2 части 35,70 . (35,70)
д) высота фиалы . . 1 часть 17,83 . 17,85)

2. Ширина портала построена как сторона правильного треугольника, высота которого—высота портала, высота портала — высота правильного треугольника . . . . —(17,85)
Сторона правильного треугольника . . . . 20,6 —(20,6)
3. Ширина восьмигранной призмы башни в нижнем ее выносе . . . 20,6 — (20,6)
4. Ширина массива башни над цоколем $1,5\times 20,6$ . . . . 30,9 — (31,4)

Согласно приведенным отдельным размерам башни она следовательно по высоте состоит из восьми, а если считать ее венчающую фиалу, из девяти, построенных один над другим правильных треугольников, модулем которых является треугольник, высотой равный высоте портала, причем ширина портала или основание этого треугольника определяет и основную ширину всей башни. Ширина башни в цоколе, согласованная с средним нефом собора, равна полуторной ширине основного модуля.

Не входя в дальнейший разбор, принятый мастером-зодчим триангуляции, проследим соответствие основных членений башни с золотым сечением.

1. Примем в основу, принятую триангуляцией, высоту нижнего квадратного массива башни AE — 71,40 *м*.

2. Высота портала, приняв $AE = M^1$, равна $M^4 - M^9 = 17,78$ (17,85).

3. Высота восьмигранной призмы $\frac{M^1}{2} = 35,70$ по принятым триангуляцией размерам — 2 части = = 35,70.

4. Высота всей башни, свыше нижнего квадратного ее массива $EC = M^1 = 71,40$ по триангуляции — 71,40.

5. Высота венчающей фиалы $M^4 - M^9 = 17,78$ (17,85).

Таким образом параллельно триангуляции имеем по схеме золотого сечения следующие отношения:

высота портала собора	1	часть	—17,85—	$M^4 - M^9 = 17,78$
высота квадратного массива башни	4	„	—71,40—	$M^1 - = 71,40$
высота восьмигранной призмы	2		35,70	$\frac{1}{2} M^1 = 35,70$
высота восьмигранной пирамиды	2		35,70	$\frac{1}{2} M^1 M^1 = 35,70$
высота фиалы .	1		17,85	$M^4 - M^9 = 17,78$

Кроме установленного соответствия с золотым сечением членений, принятых по схеме триангуляции, может быть указано и самостоятельное, независимое от нее, деление высот целого по схеме золотого сечения, а именно:

1.	AE высота нижнего квадратного массива . . .		целое	71,40	71,40
	AF высота до галереи окон верхнего яруса		майор	44,12	43,70
	FE высота массива верхних окон		минор	27,27	27,70
2.	AF высота до галереи окон верхнего яруса		целое	44,12	43,70
	AG начало проема нижнего окна		майор	27,27	26,29
	GF от проема до галереи окон		минор	16,85	17,41
3.	AB высота башни до 1-го членения восьмиугольной пирамиды		целое	111,50	(115,50)
	AE квадратный нижний массив	M^1	майор	71,40	(71,40)
	EB верхняя часть над квадратом	M^2	минор	44,12	(44,12)
4.	AB высота башни до 1-го членения восьмиугольной пирамиды . .	M^0	целое	115,50	(115,50)
	BC верх пирамиды и фиалы	M^2	минор	44,12	(44,50)
5.	верх пирамиды и фиалы	M^2	целое	44,12	
	Фиала	M^4	минор	16,85	(17,85)

Что касается горизонтальных членений башни, заметим следующие их согласования с золотым сечением:

1. Ширина башни во 2-м ярусе нижнего массива	M^3 —	27,27	27,3
2. Ширина портала в осях угловых его фиал	M^4 —	16,85	17,2
3. Полуширина портала в наружных гранях ($^1/_2$ его модуля)	M^5	10,42	10,3

Кроме этих основных членений, согласованных с золотым сечением, улавливается еще целый ряд дополнительных согласований детальных частей, богато члененного целого.

Во всяком случае, как в этом, так и в других зданиях, пропорционально проработанных по схеме триангуляции готики, удается проследить интуитивно внесенное в их отношения золотое сечение, без противоречия с их композиционными решениями, с их нормами.

§ 36. Золотое сечение в памятниках древнерусского зодчества

Если Византия в первых веках русского церковного зодчества несомненно является вдохновителем его и все приемы и навыки византийских зодчих должны были быть, так или иначе, вложены в древнерусское зодчество, то последующие века Московской эпохи отрываются от этих первых, далеко еще не самостоятельных шагов, и в XVI, XVII вв. традиций Византии искать в русском зодчестве не приходится.

Пропорциональные достижения русских зодчих Московской эпохи во всяком случае самостоятельны и основаны на их интуиции, на их архитектурно-художественных исканиях. Тем не менее

в лучших памятниках и этой эпохи мы встречаем многократное применение отношений, отвечающих золотому сечению.

Ярославская колокольня XVII века

(Таблица XIX)

Для примера приведем разбор небольшой интересной колокольни церкви в Ярославле XVII века, (рис. 15) по измерениям архит. В. В. Суслова.[1] В ней, как и в ряде других древнерусских памятников, усматриваются весьма существенные согласования с золотым сечением в главных основных их массах, при целом ряде частичных от него отступлений.

В то время как основные размеры общих масс этой колокольни следует признать пропорционально полностью согласованными, некоторой непропорциональностью страдает вся нижняя ширина памятника и взаимное отношение высоты нижней проездной арки, с высотой над ней расположенной галереи. Но в этих местах усматривается еще и другая, уже по всей вероятности чисто строительная несообразность, связанная очевидно с недостаточно умелым выполнением здания; а именно — при полной симметрии трех верхних шатров, нижняя часть, под галереей, искривлена — средние ворота не в оси здания, боковые разных размеров. В связи с этим, раз это не предполагалось в основной композиции, могли быть затронуты и пропорции этой части.

			В нат.	
1. Вся высота колокольни	aM^0	целое	37	(37)
Шатер с куполом и крестом	aM^1	майор	22,87	(22,8)
Нижняя прямоугольная часть	aM^2	минор	14,13	(14,15)

Обращает на себя внимание, это почти точное деление по золотому сечению, основных по существу, масс колокольни.

2. Шатер с куполом и крестом	aM^1	целое	22,87	(22,8)
Высота одного шатра .	aM^2	майор	14,13	(14,13)
Куполок его с барабаном и крестом	aM^3	минор	8,73	(8,67)

И в данном случае членение на основные массы уловлено и пропорционально верно подчеркнуто.

3. Нижняя прямоугольная часть	aM^2	целое	14,13	(14,15)
Часть до крыши галереи	aM^3	майор	8,73	(8,7)
Крыша галереи и массив над ней	aM^4	минор	5,4	(5,45)

При правильном общем делении нижнего прямоугольного массива, как уже выше указано, отношения высоты галереи к проездной части и вся ширина нижней части недостаточно уравновешены.

4. Высота главного шатра	aM^2	целое	14,13	(14,15)
Часть его до верхних окон	aM^3	майор	8,73	(8,75)
Часть над окнами . . .	aM^4	минор	5,4	(5,4)
5. Часть его до верхних окон	aM^3	целое	8,73	(8,75)
Наклонная нижняя часть шатра	aM^4	майор	5,4	(5,45)
Нижняя вертикальная его часть	aM^5	минор	3,33	(3,3)

Кроме значительной согласованности всех почти основных высот колокольни, имеется также согласованность высот и ширины как главного, так и боковых двух шатров.

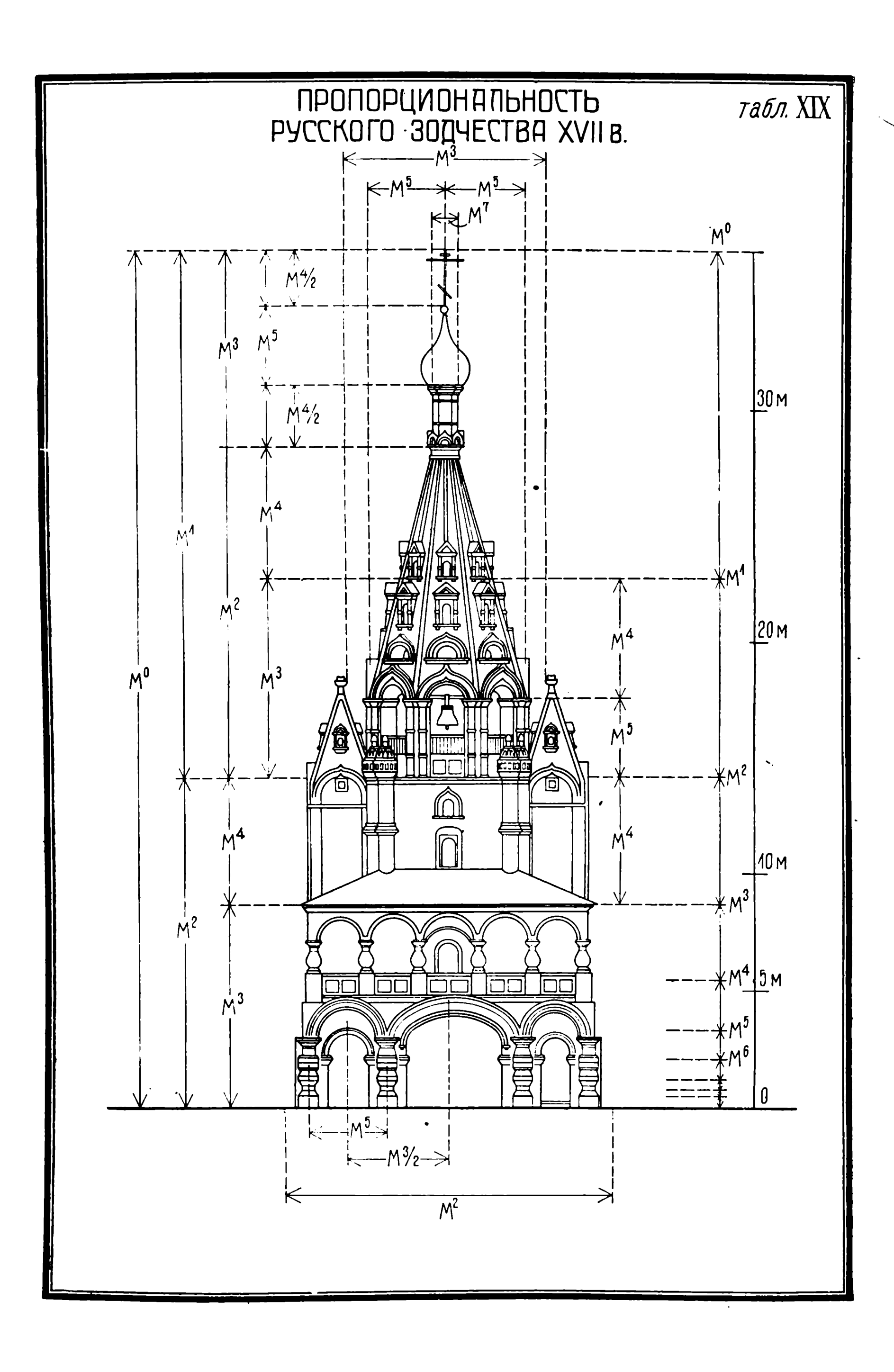
6. Высота главного шатра	aM^2	14,15	(14,15)
Высота нижней вертикальной его части . .	aM^5	3,33	(3,3)
Полуширина шатра . .	aM^5	3,3	(3,3)
7. Высота боковых шатров	aM^4	5,4	(5,45)
Полуширина их . . .	aM^7	1,26	(1,3)

Вообще соответствие с золотым сечением в древнерусских памятниках нередко и подтверждает интуитивное его применение при самых разнообразных архитектурно-художественных решениях, основанных на в корне различных композиционных задачах.

[1] В. В. Суслов, Памятники древнего русского зодчества.



Рис. 15. Колокольня ц. Рождества Христова в Ярославле.


ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ
РУССКОГО ЗОДЧЕСТВА XVII в.
табл. XIX
M³
M⁵
M⁵
M⁷
M⁰
M⁴⁄₂
M³
M⁵
M⁴⁄₂
M⁴
M¹
M²
M³
M⁰
M⁴
M²
M³
M⁴
M⁵
M⁴
M¹
M²
M³
M⁴
M⁵
M⁶
30 м
20 м
10 м
5 м
0
M⁵
M³⁄₂
M²

ГЛАВА ПЯТАЯ

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ В ПРОПОРЦИЯХ СОВРЕМЕННОГО ЗОДЧЕСТВА

Анализ пропорций современных сооружений в СССР и на Западе. Пропорциональный разбор проекта Дворца Советов в Москве. Заключение.

§ 37. Анализ пропорций современных зданий в СССР

Определенное и яркое требование создания новой архитектуры на основе синтетического претворения исторического и современного опыта, выставленное советской общественностью и правительством СССР, заставляет включить в проверку пропорциональности исторические памятники и сооружения послеоктябрьского зодчества, с своей стороны полностью оторвавшегося от исторического прошлого, от традиционных форм ушедших цивилизаций.

Несмотря на серьезное углубление в теорию архитектуры, в методологию ее, у нас в СССР по вопросам пропорциональности не имеется какой-нибудь твердой, теоретически обоснованной установки. Тем не менее, в работах современных зодчих всех архитектурных группировок улавливается соответствие с золотым сечением при том же, как и ранее, интуитивном к нему подходе.

Для выявления значения золотого сечения в современном зодчестве, остановимся прежде всего на более подробном разборе одного типичного в этом направлении проекта здания, пропорции которого, не смягченные никакими декоративными моментами, лежат и могут лежать лишь в правильном сочетании его основных форм, на проекте клуба А. С. Никольского.

Проект клуба А. С. Никольского

(таблица XX, фигура 2)

Разбор сделан по чертежам, представленным для этой цели автором проекта.

Желая дать возможность легко проследить за ходом пропорционального разбора, предпосылаю перечень размеров отдельных архитектурных частей, взятых с проекта.

1. По главному фасаду.

№	1—2	31,2 м	№	12—13	35,4 м	№	16—17	13 м 16 м свес
	2—3	13,8 м		7—8 2—8	13,8 м		1—10	4,2 м
	3—4	12,6 м 13,8 м свес		14—15 2—13	19,2 м		11—12	3,6 м
							17—18	5,2 м

2. По боковым фасадам.

№	19—20	8,5 м	№	22—23	10,4 м
	20—21	8,7 м		23—24	6,6 м
	21—22	22,6 м			

Проект данного клуба, по существу своей композиции, состоит из ряда объемных, разной значимости архитектурных масс, связанных между собой в одно архитектурное целое. Основным объемом является зал, к которому примыкает сцена и, частично идейно его прорезывающие, боковые одно- и двухэтажные корпуса.

Разбор основных горизонтальных и вертикальных членений поведем пофасадно, после чего укажем их пропорциональную связь, отношения плоскостей и объемов.

На главном фасаде прежде всего выступают примитивные отношения двух основных архитектурных масс площади зала и площади сцены, которым явно сознательно приданы формы квадрата. Ввиду того что зал является доминирующим моментом, берем его размеры исходными.

1. Высота зала равна его ширине . . . . 13,8 м
2. Высота зала (2—8) . . целое M^0—13,8 (13,8)
   Повышение сцены против высоты зала (8—14) минор M^2— 5,27 (5,4)
3. Ширина и высота сцены $M^0 + M^2$ 18,97 (19,2)

4. Ширина зала (2—3) . . минор 13,8 (13,8
Длина двухэтажного бокового корпуса (11—9) целое 36,13 (35,40
5. Длина одноэтажного бокового корпуса (3—4) . 13,8 (12,40)
(в плите карниза — 13,8)

6. Первые этажи лицевых боковых корпусов, примыкающих к залу, по существу своей композиции идейно связанные, прорезают объем корпуса зала. Если их рассматривать как одно целое, то длина их (1—4) — целое $M^0 = 58{,}46$ (57,60), длина 2-го этажа двухэтажного корпуса—майор—36,13 (35,40), ширина зала и бокового одноэтажного корпуса за вычетом свеса 2-го этажа (2—3) + (3—4) — (10—11) минор M^2 — 22,33 (22,2).

Таким образом, считаясь с некоторой допустимой погрешностью, вертикальные членения главного фасада можно признать пропорциональными и согласованными с золотым сечением.

7. Что касается высоты прилегающих к залу корпусов, то расхождение их размеров с золотым сечением значительнее:

а) высота двухэтажного корпуса (1—12) 7,8 *м* приближается к майор высоты зала 8,53 *м*;

б) высота одноэтажного корпуса и первого этажа двухэтажного корпуса (1—10) равна 4,2 *м* и, приняв высоту зала (2—8) за M^0, приближенно соответствует $M^2 - M^5 = 4{,}03$ (4,2) или высота (1—10) равна половине всей высоты корпуса $= \frac{M^4}{2}$;

в) высота галереи, примыкающей к сцене (17—18), соответствует минор высоты зала, 5,27 (5,2). До окончательной формулировки лицевых горизонтальных и вертикальных пропорций главного фасада рассмотрим таковые для боковых фасадов.

8. Вся длина зала (21—24) равна 39,6, что отвечает $M^1 + M^6$, приняв ширину и высоту зала $13{,}8 = M^3$,

$$M^1 + M^6 = 36{,}13 + 3{,}26 = 39{,}34 \text{ м}.$$

9. Длина зала от сцены до примыкающих стен боковых корпусов (21—22) составляет майор к минор ширины зала — 22,3 (22,6).

10. Ширина двухэтажного и одноэтажного лицевых корпусов 10,4, что при ширине зала M^3, $= M^3 - M^6 = 10{,}54$ *м*.

11. Ширина сцены майор ширины зала.
Ширина зала . . . . . . целое 13,8 (13,8)
Ширина сцены (20—21) . майор 8,53 (8,7)

12. Перекрытый за сценой амфитеатр равен ширине сцены, равен майор ширины зала 8,53 (8,5).

Суммируя размеры по горизонтали боковых фасадов, получаем

$$M^6 + M^1 + M^1 + M^4 = M^6 + M^3 + M^2 + M^4 + M^4 = 56{,}45 \ (56{,}80).$$

Все эти отношения отвечают членам одной геометрической прогрессии золотого сечения, ввиду чего их можно признать между собой пропорционально уравновешенными.

Члены этой геометрической прогрессии следующие:

$M^0 = 58{,}46$ *м*	$M^3 = 8{,}53$	$M^0 = 3{,}26$
$M^1 = 36{,}13$	$M^4 = 5{,}27$	$M^7 = 2{,}01$
$M^2 = 22{,}33$	$M^5 = 3{,}26$	$M^8 = 1{,}24$

Основание прогрессии $a = 58{,}46$, знаменатель $0{,}618 - M^1$.

Однако, для объединения их в одно пропорциональное целое требуется некоторое удлинение зала, придавая ему длину не $M^1 + M^6$, а $M^1 + M^5 = 41{,}4$ *м* (39,6 *м*).

Кроме того желательно ширину боковых фасадных корпусов довести до ширины M^3 вместо $M^3 - M^6$.

В таком случае получаем полное пропорциональное согласование всех архитектурных масс дания, а именно

По боковому фасаду

1. Вся длина бокового фасада (19—24) . . . . целое $M^0 = 58{,}46$ (56,80)
Зал и боковой корпус (21—23) майор $M^1 = 36{,}13$ (33 + 3,4)
(19 — 21) + (23—24) . . . . . . минор $M^2 = 22{,}33$ (23,8)
2. Зал и боковой корпус (21—23) целое $M^1 = 36{,}13$
Зал до бокового корпуса (21—22) . . . . . . майор $M^2 = 22{,}33$ (22,6)
Боковой корпус (22—23) . . . . минор $M^3 = 13{,}80$ (10,4 + 3,26)
3. (19 — 21) + (23—24) . . . . . . целое $M^2 = 22{,}33$ (23,8)
Сцена и зал до бокового корпуса (20—21) + + (23—24) . . . минор $M^3 = 13{,}80$ (15,3 — 3,26)
Амфитеатр (19—20) . . . . . . минор $M^4 = 8{,}53$ (8,5)
4. (20 — 21) + (23 — 24) . . . . . . целое $M^3 = 13{,}80$ (15,3 — 3,26)
Ширина сцены (20—21) . . . . майор $M^4 = 8{,}53$ (8,7)
Вынос зала (23—24) . . . . . . минор $M^5 = 5{,}27$ (6,6)

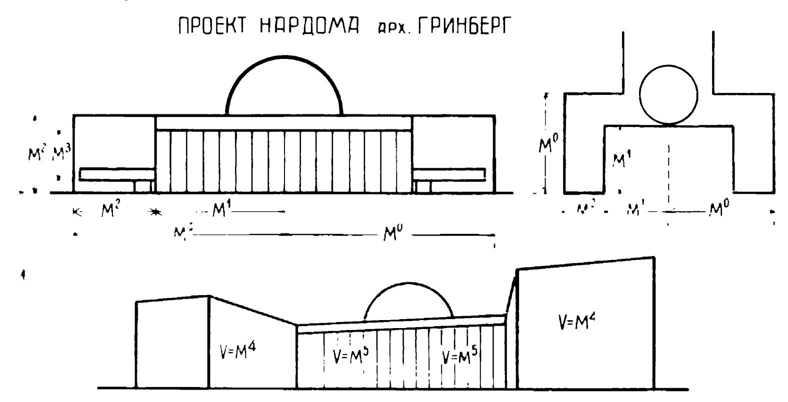
По главному фасаду

5. Длина 1-го этажа
(1—4) . . . . . целое $M^0 = 58{,}46$ (57,60)
Длина 2-го этажа
(9—11) . . . . . майор $M^1 = 36{,}13$ (35,40)
(2—3) + (3—4) — (10 - 11) . . . . минор $M^2 = 22{,}33$ (22,2)
6. Длина (2—3) + + (3—4) — (10—11) . . . . . . целое $M^2 = 22{,}33$ (22,2)
Ширина зала . . майор $M^3 = 13{,}80$ (13,8)
(3—4) — (10—11) минор $M^4 = 8{,}53$ (8,4)

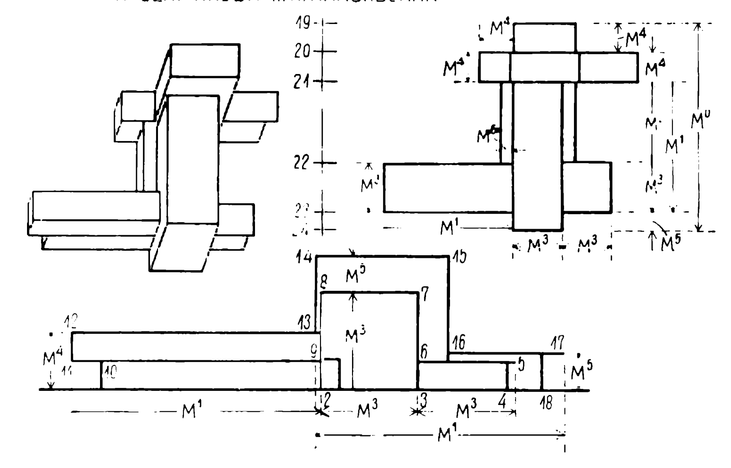
Установив соответствие линейных мер проекта с золотым сечением, перейдем к разбору его плоскостей.

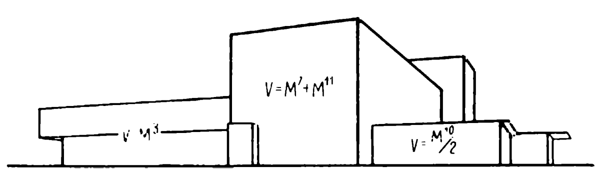
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ СОВРЕМЕННОГО СТРОИТЕЛЬСТВА

ПРОЕКТ НАРДОМА арх. ГРИНБЕРГ



ПРОЕКТ КЛУБА арх. НИКОЛЬСКИЙ





Считаясь с определенными по золотому сечению вертикальными и горизонтальными размерами, по той же схеме получаем и площади. Так, по главному фасаду:

Площадь зала равна . . . . $aM^3 \cdot aM^3 = a^2M^6 = 190$ *кв. м* (190)
Площадь двухэтажного корпуса . . . . . $aM^1 \cdot aM^4 = a^2M^6$
Площадь одноэтажного корпуса . . . . . $aM^3 \cdot a\frac{M^4}{2} = a^2\frac{M^7}{2}$ и т. д.

Взяв же размеры площадей архитектурных масс по фасадам непосредственно по проекту, безотносительно к установленным линейным их отношениям, то и здесь получаем ряд более или менее близких согласований с золотым сечением.

Особенно разительно согласование по главному фасаду, где три основные плоскости, зал, правый и левый флигель дают совершенно точное совпадение расчетных и проектных размеров, а именно.

Все три фасадные плоскости — зал 190 *кв. м*, двухэтажный флигель — 258 *кв. м* и одноэтажный флигель — 52 *кв. м*; всего 501 *кв. м* составляют целое, майор которого площадь суммы двух боковых флигелей 310 *кв. м*, минор — площадь зала 190 *кв. м*.

Все три площади главного фасада	целое	501 *кв. м*
Площади двух боковых флигелей	майор	310 *кв. м*
Площадь зала	минор	190 *кв. м*

Согласования площадей остальных фасадов менее точны, но тем не менее и они дают подтверждение интуитивного значения золотого сечения в пропорциональных исканиях зодчего.

Вся площадь бокового фасада зала	$M^0 = 547$ *м*	(547 *м*)
Площадь лицевая—сцены	$M^1 = 338$ „	(369 „)
Площадь лицевая зала .	$M^2 = 209$ „	(190 „)
Площадь 1-го этажа двухэтажного корп. по главному фасаду	$M^3 = 129$ „	(127 „)
Площадь 2-го этажа того же корпуса	$M^3 = 129$ „	(131 „)
Площадь двухэтажного корп. по боковому фасаду	$M^4 = 80$ „	(81,12 „)
Площадь 1-го этажа корп. по главн. фасаду . . .	$M^5 = 49$ „	(52 „)
Площадь окна зала по главному фасаду . . .	$M^5 = 49$ „	(56 „)

Объемы отдельных масс, как и площади, прежде всего определяются по ранее согласованным вертикалям и горизонталям, составляя их производные. Так

Объем зала $aM^3 \cdot aM^3 \cdot a(M^1 + M^5) = a^3(M^7 + M^{11})$
Объем бокового двухэтажного корп. . . $aM^1 \cdot aM^4 \cdot aM^3 = aM^8$
Объем одноэтажного корп. . . $aM^3 \cdot a\frac{M^4}{2} \cdot aM^3 = a\frac{M^{10}}{2}$ и т. д.

Из непосредственного же разбора объемов по проектным размерам следует лишь указать на то обстоятельство, что объем большого зала составляет 7541 *куб. м*, что почти равно, немного превышая объем всех остальных корпусов, — 7410 *куб. м* (в 7410 *куб. м* не включены ступени амфитеатра и открытые галереи, примыкающие к сцене).

По пропорциональному разбору проекта клуба приходим к следующему выводу.

1. Проект А. С. Никольского не повторяет традиционных форм и принципов прошлого. Он скомпанован на совершенно новых началах как конструктивных, так и формального порядка, придерживается иной организации масс, иного, без всякого смягчения декоративными моментами, их сочетания.

2. Искания правильного согласования целого явно интуитивные, за исключением разве примитивного применения в основных плоскостях формы квадрата.

3. Тем не менее, где более, где менее четко, золотое сечение выявлено во всех, подсказанных композицией членениях целого.

4. При подобной композиции, где архитектурные массы выступают неприкрыто, без всякого их смягчения архитектурными или декоративными моментами, такое соответствие особенно разительно и, с одной стороны, подтверждает значение золотого сечения в архитектуре вообще, а с другой, — архитектурное чутье современного зодчества.

Заканчивая на этом более подробный пропорциональный разбор одного из примеров послеоктябрьского зодчества СССР, дополним его указанием согласованности с золотым сечением ряда других сооружений современного зодчества у нас и на Западе.

Проект Народного дома им. Ленина для Иваново архит. Гринберг, Райх и Фридман

(таблица XX, фигура 1)[1]

(a = вся ширина фасада b — полуширина фасада)

1. Вся длина фасада .	целое	aM^0	или	$b + b$
Длина средней части колоннады . .	майор	aM^1	„	$bM^1 + bM^1$
Ширина двух боковых выступов . .	минор	aM^2	„	$bM^2 + bM^2$
2. Высота равна ширине бокового выступа				bM^2
3. Радиус купола (по проекту несколько больше)				bM^3

---

[1] Конкурсные проекты МАО 1923—1926 гг.

4. По площадям
   а) площадь каждого выступа . . . . $bM^2 \cdot bM^2 = b^2M^4$
   б внутренняя их боков. площ. . . . . $bM^1 \cdot bM^2 = b^2M^3$
   в) наружная их боковая площ. . . . . $bM^0 \cdot bM^2 = b^2M^2$
   г) площадь колонной стены . . . . $(bM \cdot bM^2)2 = 2b^2M^3$
5. По объемам
   а) объем боковых выступов . . . . $bM^2 \cdot bMb^0M^2 = b^3M^4$
   б) объем колоннадной части . . . . $bM^2 \cdot bMb^1M^2 = b^3M^3$

Конкурсный проект памятника Колумбу—архит. Лансере

(таблица XXI, фигура 1 и 2)[1]

1. Высота памятника без цоколя и кораблей aM^0
   Высота цоколя . . . . aM^3
   Высота декоративных кораблей . . . . . aM^1
2. Высота памятника без цоколя и кораблей aM^0
   Ширина его средней части . . . . aM^2
3. Полуширина его без цоколя . . . . . . aM^3
   Полуширина во 2-й ступени цоколя . . aM^2
   Полуширина в осях кораблей . aM^4

Конкурсный проект памятника Колумбу—архит. Мунц

(таблица XXI, фиг. 3)

(Ежегодник ЛОА)

1. Высота памятника без цоколя . . . . aM^6
   Цокольная часть . . aM^3
   Ширина цоколя в средней части . . . . . . aM^3
   Ширина цоколя в лестницах . . . . $aM^3 + aM^3 + aM^6$
   Ширина памятника до оси . . . . aM^6 — вся ширина $2aM^6$

§ 38. Анализ пропорций современных зданий на Западе

Проект крематория в Фрейбурге—архит. Зальцман

(таблица XXI, фигура 4)[2]

1. Вся высота	целое	ah	$= aM^0$
средняя высота . . .	майор	gi	$= aM^1$
низ и верх	минор	$ag + ih$	$= aM^2$
2. Низ и верх	целое		$= aM^2$
высота нижнего выступа	майор	ag	$= aM^3$
высота верхней части	минор	ih	$= aM^4$
3. Вся высота	целое	ah	$= aM^0$
полуширина до оси	минор	ao	$= aM^1$
полуширина средней части	минор	bo	$= aM^2$
боковой выступ . . .		$ab = ef$	$= aM^3$
ширина средн. уступа		cd	$= aM^8$

Проект здания Лиги наций—Корбюзье

(таблица XXI, фигура 5)

1. Ширина зала	bc	$= aM^1$
Вся высота	ch	$= aM^2$
Ширина боковых частей . . .	$ab = cd$	$= aM^2$
Второй уступ — ширина его . .	ae	$= aM^3$
Первый уступ	eb	$= aM^4$
2. Высота средней части	of	$= b$
Высота нижней галереи	og	$= bM^2$
Высота верхней части	gf	$= bM^1$

На таблице XXII представлен пропорциональный разбор ряда небольших одно- и двухэтажных зданий современного зодчества Запада, которые с сравнительно незначительными, не меняющими их общего облика и доступными в плане и по реальным высотам, исправлениями, дают полную пропорциональную, в согласовании с золотым сечением, связь целого с его массами и отдельными частями.

Фигура 1 и 2—по жилому двухэтажному дому особнякового типа, около 80 *кв. м* жилой площади—Штутгарт—архит. Лейстнер.[1]

1. Вся ширина дома с двумя боковыми пристройками (левый — гараж— правый открытый балкон . . . . целое M^0
   Средний двухэтажный дом . . . . майор M^1
   Две боков. пристройки минор M^2
2. Пристройки могут быть разными или одна майор другой (по проекту почти равны)
3. Ширина двухэтажного дома . . . . майор M^1
   Высота его . . . . . . минор M^2
   по проекту . . . . . . $M^2 + M^5$
4. Вся высота его . . . . целое M^2 или $M^2 + M^5$

по левому варианту $M^2 = M^5 + M^6 + M^6 + M^5 + M^6$

а) до подоконков 2-го этажа . . . . майор M^3
   окно 2-го этажа и стена под окном . . минор M^4
б) до подоконков 2-го этажа . . . . целое M^3
   два подоконка . . . майор M^4
   окно 1-го этажа . . минор M^5
в) верхнее окно и стена под ним . . . . . . целое M^4
   окно . . . . майор M^5
   стена под ним . . . минор M^6

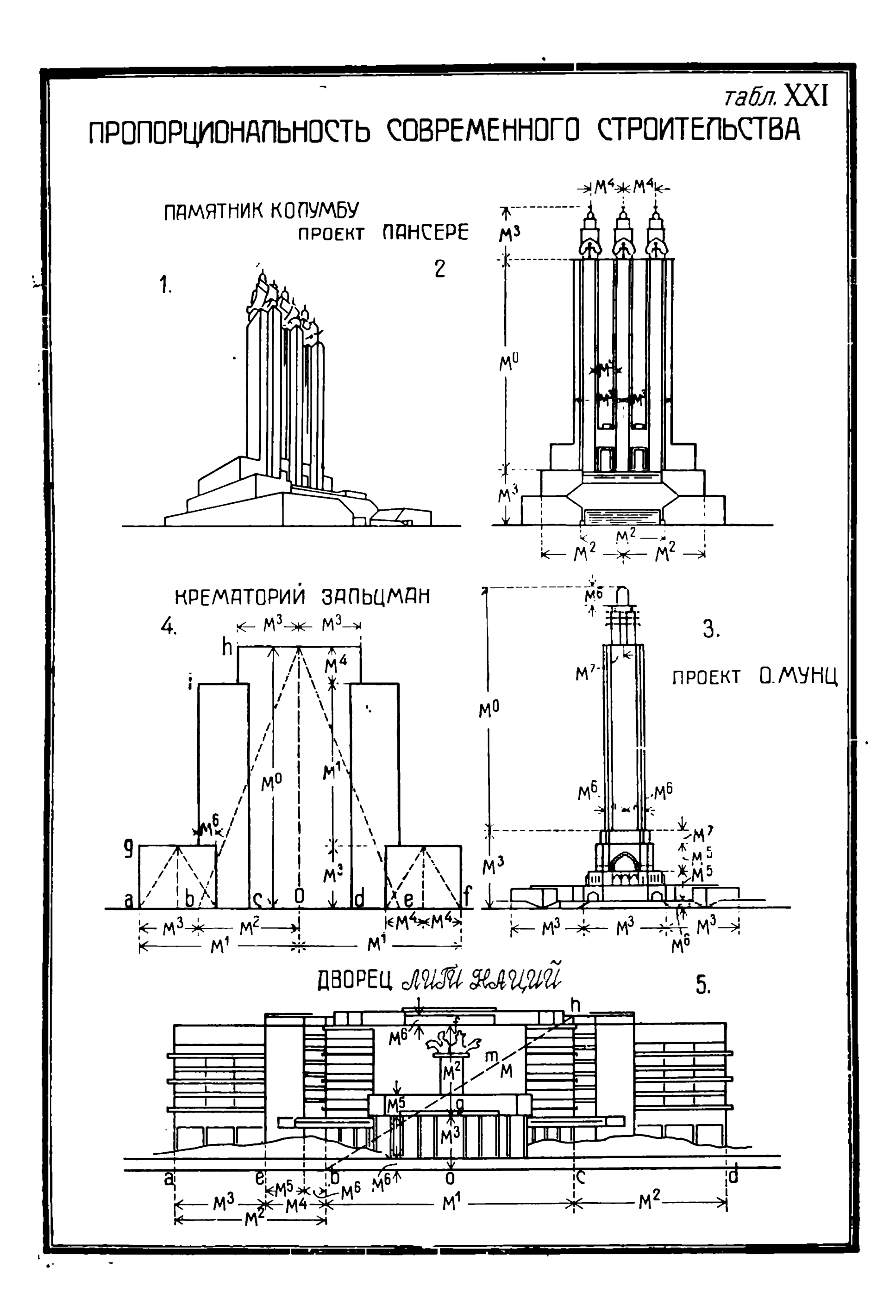
По правому варианту $M^2 = M^7 + M^4 + M^6 + M^0 + M^6$

а) высота двух этажей . . . . целое M^2
   окно 1-го этажа и простенок междуэтажный . . . . майор M^3
   остальная высота . . . . минор M^4

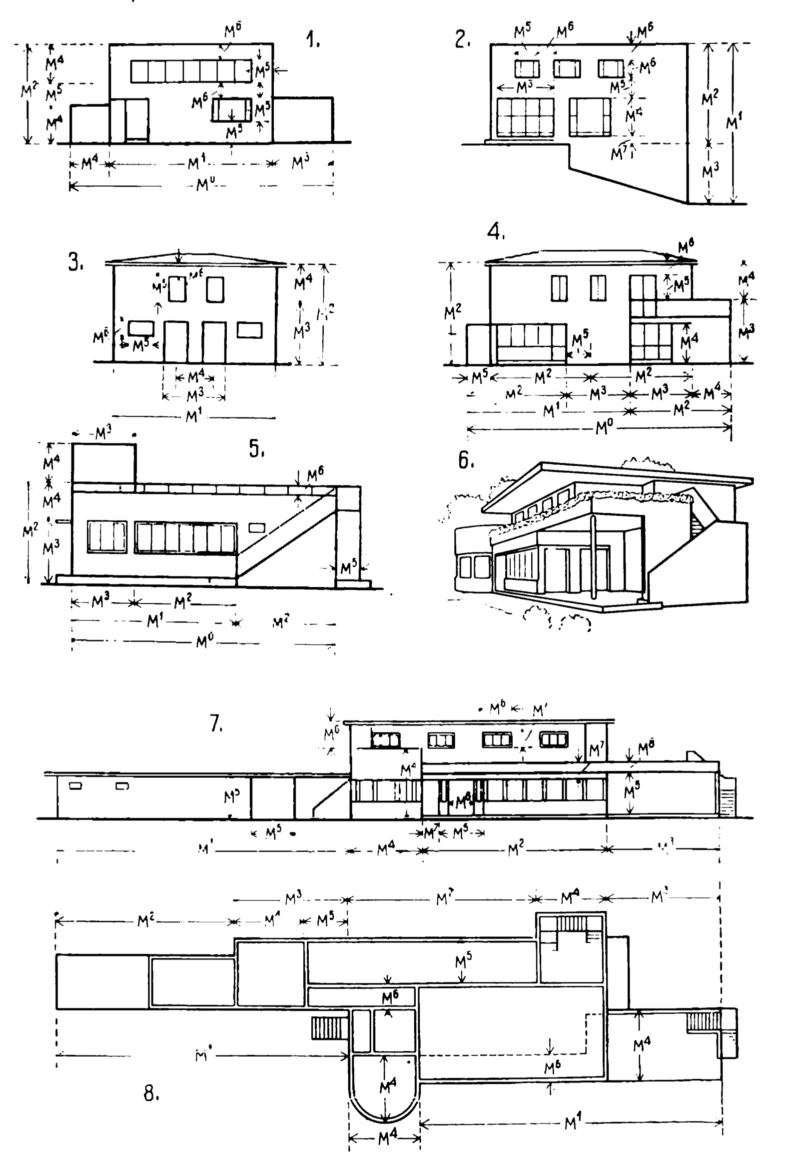
---

[1] Ежегодник Ленинградского общества архитекторов.
[2] Wasmuth, Monatshefte, 1928.

[1] Moderne Bauformen, 1932, № 8.


табл. XXI
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ СОВРЕМЕННОГО СТРОИТЕЛЬСТВА
ПАМЯТНИК КОЛУМБУ
ПРОЕКТ ПАНСЕРЕ
1.
2
КРЕМАТОРИЙ ЗАЛЬЦМАН
4.
3.
ПРОЕКТ О. МУНЦ
ДВОРЕЦ ЛИГИ НАЦИЙ
5.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ СОВРЕМЕННОГО СТРОИТЕЛЬСТВА



б) окно 1-го этажа и простенок
между этажами . . . . целое M^3
высота окна . . . . майор M^4
простенок между этажами . . . минор M^5

в) стена до окна 1-го этажа и от проема окна второго этажа до
верха дома . . . . целое M^4
стена до окна 1-го этажа и над
окном 2-го этажа . . . . майор M^5
окно верхнего этажа . . . . . . минор M^6

г) стена до окна 1-го этажа и над
окном 2-го этажа . . . . целое M^5
стена над окном 2 этажа . . . . майор M^6
стена под окном 1-го этажа . . . минор M^7

Фигура 3 — такой же двухэтажный малый дом с двумя квартирами, членения его ясны по фигуре.

Фигура 4 — такого же типа двухэтажный жилой дом около 90 *кв. м* жилой площади — архит. Эйзенлор в Штутгарте.

1. Вся длина дома с двумя выступами . . . . целое M^0
левая его часть до балкона . . . майор M^1
длина балкона . . . . минор M^2
2. Левая часть дома до балкона . . целое M^1
большое окно и левая пристройка . . . . майор M^2
простенок от окна до балкона . . минор M^3
левая пристройка . . . . M^5
Длина балкона . . . . целое M^2
часть его до конца 2-го этажа . . майор M^3
выступ балкона . . . . минор M^4
4. Таким образом длина 2-го этажа дома $=$
$= M^0 - M^5 - M^4 = M^0 - M^3 = M^2 + M^2$

Высота дома — M^2, т. е. минор M^0, и составляет также два квадрата.

Фигура 5. Одноэтажный дом с террасой на крыше с открытой на нее лестницей архит. Неутра из Нью-Иорка, построенный в поселке близ Вены — около 54 *кв. м* жилой площади.[1]

1. Вся длина дома . . . . целое M^0
часть до лестницы . . . . майор M^1
лестница . . . . минор M^2
2. Вся длина дома . . . . целое M^0
высота его с парапетной решеткой . . . . минор M^2
3. Вся высота дома с решеткой . . . целое M^2
высота нижн. до верха окон . . майор M^3
часть над окнами . . . . . минор M^4
4. Высота дома с решеткой . . . . целое M^2
высота верхней открытой террасы . . . . минор M^4
ширина этой террасы . . . . . майор M^3

Фигуры 6, 7, 8. Дом клуба игры в поло в Флотбеке; план, фасад и перспективный вид — архит. Бензель, Камис и Амсинк.[2]

Композиция этого небольшого клубного здания слагается из основного его момента — главного, сравнительно большого центрального зала и ряда примыкающих к нему как в первом, так в во втором этаже помещений. Все эти помещения пропорционально более или менее согласованы между собой и с золотым сечением, но они не сведены в одно объединенное целое.

1. Длина зала . . . . целое M^2
Примыкающая к нему одноэтажная терраса . . . . майор M^3
примыкающая к нему с другой стороны выступающая клубная
комната . . . . минор M^4

Таким образом эта главная часть клуба по своей длине равна $M^4 + M^2 + M^3$ или $= M^2 + M^2 =$
$= M^1 + M^4$

2. С другой стороны к залу примыкают одноэтажные службы, длина которых, равная залу с террасой, равна M^1 или составляет майор к минор — залу.
3. Глубина террасы, примыкающей к залу майор ее длины $= M^4$, зал шире на минор глубины террасы на M^6 и следовательно равен $M^4 + M^6$, причем глубина комнат, расположенных над залом M^4, т. е. минор длины зала, а глубина открытой перед ними террасы, также расположенной над залом, минор их глубины равна M^6.
4. Глубина остальных подсобных помещений первого этажа частично равна глубине террасы, т. е. M^4, частично составляет ее майор M^5.
5. Высота выступающего флигеля, с расположенной в нем клубной комнатой, равна ее ширине, равна M^4, той же высоте равна вся нижняя часть здания, считая до низа окон второго этажа. Верхняя часть второго этажа составляет минор нижней части $= M^6$; таким образом, вся высота двух этажей равна $M^4 + M^6$ равна глубине большого зала.
6. Высота до окон второго этажа целое M^4
высота нижней террасы } майор M^5
высота одноэтажной пристройки }
7. По длине главного фасада таким образом получаются следующие отношения

$$M^1 + M^4 + M^1 = M^1 + M^4 + M^2 + M^3$$

та же длина с противоположной стороны

$$M^2 + M^1 + M^2 = M^2 + M^1 + M^4 + M^3,$$

а по высоте

$$M^4 + M^6 = M^5 + M^6 + M^6 = M^5 + M^8 + M^7 + M^6$$

Не лишенная интереса композиция клуба исполнена в железобетонных формах с плоскими крышами, нависающими этажами, сильно свешивающимися консольными карнизами, плитами и открытыми лестничными маршами. Загородный, живописный характер всей композиции отразился и на пропорциях, как и вся композиция несколько разбросанных, без объединения их в одно строгое целое, все же при значительных согласованиях с золотым сечением.

§ 39. Анализ принятого в основу проекта Дворца Советов СССР архит. Б. М. Иофана

(таблица XXIII)

То исключительное значение, которое представляет собой сооружение Дворца Советов СССР, сооружения, по своей монументальности превы-

[1] Moderne Bauformen, 1932, № 9.
[2] Moderne Bauformen, 1932, № 9.

шающего все исторические архитектурные мировые ценности, должно заставить особенно зорко отнестись ко всем вопросам оформления этого сооружения, а следовательно и к пропорциональности, в значительной мере определяющей общую гармонию целого.

Разбор принятых в проекте пропорций ввиду этого представляет собой особый интерес и должен дать наглядную картину пропорциональных решений в проекте монументального здания современного строительства.

Пропорциональный разбор как первого принятого в основу, так и окончательного проекта подтверждает значительное совпадение принятых проектами размеров основных архитектурных масс с расчетными данными золотого сечения, при полной возможности, с сравнительно незначительными поправками, достичь полной их согласованности.

Проектные размеры принятого в основу проекта взяты со снимков, опубликованных в № 4 „Советская архитектура" за 1933 г., воспроизведенных без указания масштаба для фасадов и разрезов.

Некоторое, возможное с проектом ввиду этого расхождение принятого при расчете масштаба чертежей для пропорционального разбора, в котором имеют значение только относительные размеры, никакой роли не играет.

До приступа к систематическому разбору пропорциональности проекта следует отметить ряд примитивных отношений общего характера главных масс, а именно:

1. Высота от уровня земли до верхней грани второго цилиндрического объема, AF по проекту 128 *м* почти равна диаметру основания нижнего первого цилиндра, принятого по проекту равным 132 *м*.

2. Высота от нижней грани второй террасы до пьедестала памятника CH — по проекту равна 132 *м*, что с своей стороны вполне отвечает той же ширине основания нижнего цилиндра,—132 *м*, причем каждый из этих двух основных объемов является вписанным в куб, а вся высота — в полтора куба, считая высоту ее со включением венчающей статуи AK, по проекту 199 *м*.

3. Высота каждого из трех цилиндрических объемов равна между собой и почти равна высоте нижнего ордера.

Высота трех цилиндрических объемов $DE = EF = GF = 32{,}45$ *м*.

Высота нижнего ордера $= 34{,}10$ *м*.

4. Высота здания до низа венчающей фигуры AH — 179 *м* равна максимальной ширине второй террасы $dd = 179$ *м*, т. е. высота здания до низа венчающей фигуры AH_1 — высота квадрата, основание которого dd — ширина второй террасы.

5. Триангуляция проекта при помощи равностороннего треугольника дает ряд согласованных этим приемом высот с шириной главных его масс, а именно:

Вся высота, включая венчающую статую, составляет высоту правильных равносторонних треугольников, основание которых а) ширина верхнего цилиндра hh, б) ширина второго цилиндра в плоскости ff, в) наибольшая ширина верхней террасы по главному фасаду dd и г) полная нижняя ширина колоннад в плоскости AA, а именно:

а) По проекту ширина верхнего цилиндра $hh = 41{,}13$ *м*, высота GK равна 36,80 *м*.

В правильном треугольнике при высоте $GK = 36{,}80$, основание равно $2{,}36{,}8 : \sqrt{3} = 44{,}80$ *м*.

б) По проекту диаметр второго цилиндра $ff = 117$ *м*, высота $EK = 101{,}85$ *м*.
В правильном треугольнике при высоте 101,85 *м*, основание равно $2{,}101{,}85 : \sqrt{3} = 117{,}60$ *м*.

в) По проекту наибольшая ширина верхней террасы dd 179 *м* и соответствующая высота $CK = 153{,}80$ *м*.
В правильном треугольнике при высоте 153,86 *м*.
Основание равно $2 \cdot 153{,}86 : \sqrt{3} = 178$ *м*.

г) По проекту полная ширина нижней колоннады в плоскости AA равна 230 *м* при соответствующей высоте $AK = 199$ *м*. В правильном треугольнике при высоте 199 *м* его основание равно $2 \cdot 199 : \sqrt{3} = 229{,}8$ *м*.

Безотносительно от сознательного или интуитивного их внесения в проект — приведенные выше согласования представляют собой перечень примитивных отношений, не лишенных известного интереса как регулирующих некоторым образом общие массы здания, однако бессистемно и без полной пропорциональной связи всех его частей между собой. В последующем изложении показан пропорциональный разбор главных архитектурных частей Дворца Советов и намечен путь полного его пропорционального согласования при помощи схемы золотого сечения.

Анализ проекта Дворца Советов по схеме золотого сечения начнем с пропорционального разбора его высот.

1. При этом заметим, что все здание по существу своей композиции состоит из двух основных архитектурных масс: а) из приближающихся к прямоугольнику в плане архитектурных масс стилобата и из ряда верхних, в плане круглых, цилиндров.

При этом главным мотивом внутренних объемов является большой зал, пяты купольного перекрытия которого по фасадной линии находятся на плоскости раздела верхних цилиндрических объемов и нижнего стилобата.

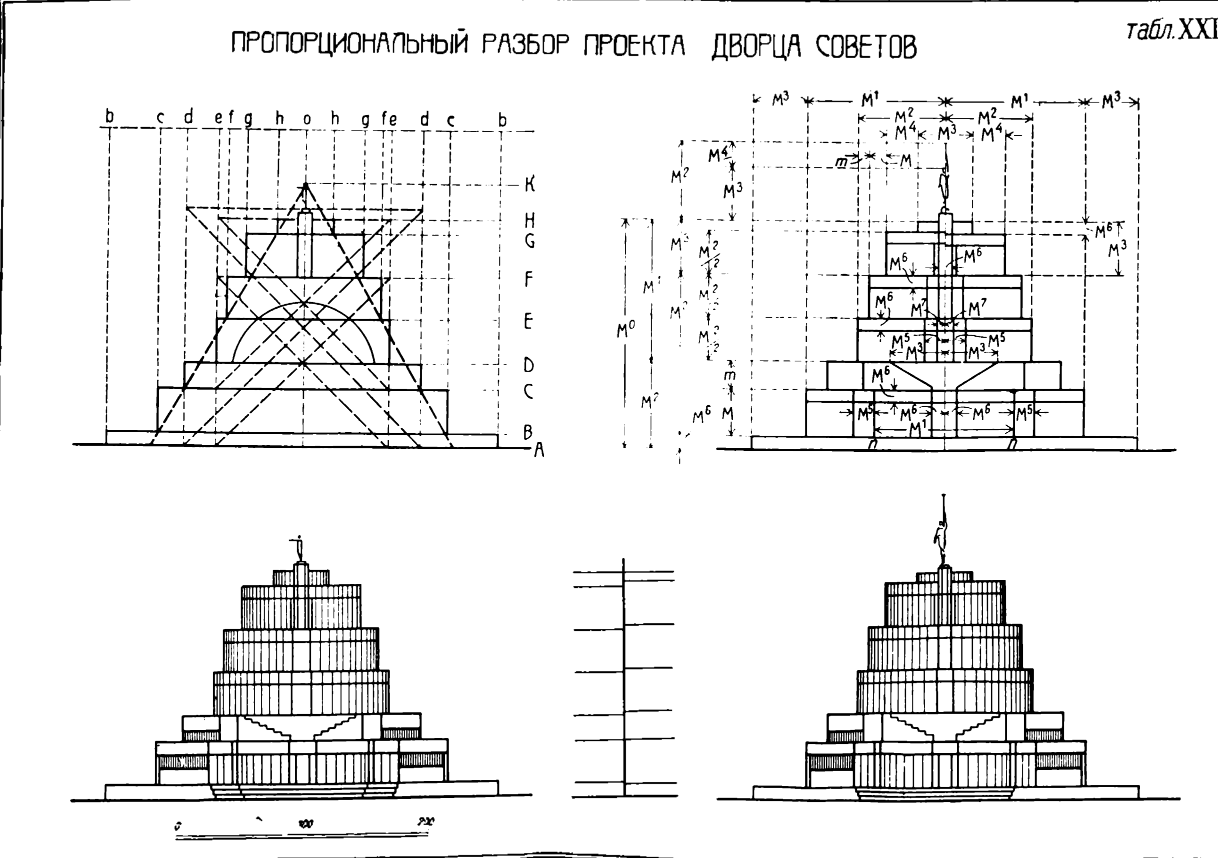
Эти две основные массы всего здания должны быть прежде всего между собой пропорционально уравновешены.

По проекту вся высота здания от низа стилобата, т. е. от земли до пьедестала венчающей статуи AH равна 172.70 *м*.

Высота цилиндрических объемов DH по проекту 110 *м*.

Высота нижнего трехступенчатого стилобата AD по проекту 64,90.

Эти основные массы по своим высотам находятся в близком, с сравнительно незначительной


ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ РАЗБОР ПРОЕКТА ДВОРЦА СОВЕТОВ
табл. XXIII
b c d e f g h o h g f e d c b
K
H
G
F
E
D
C
B
A
M³ M¹ M¹ M³
M² M²
M⁴ M³ M⁴
m M
M⁶ M³
M⁵ M³ M⁵
M⁷ M⁷
M⁰
M¹
M²
M⁶
M¹

погрешностью, по золотому сечению отношении, причем

Вся высота AH целое $= 172{,}70$ *м* целое.
Высота цилиндров . . . . $DH = 172{,}70 \cdot M^1 = 106{,}73$ *м* майор.
Высота стилобата . . . . $AD = 172{,}70 \cdot M^2 = 65{,}97$ *м* минор.

Таким образом основное деление целой высоты здания дает довольно правильное пропорциональное отношение деления целого на майор и минор.

2. Высота всех цилиндрических объемов DH в свою очередь составляет целое, майор которого два нижних цилиндра, минор два верхних, давая и по существу композиции четкое деление; два нижних цилиндра по фасаду отвечают и фасадно оформляют внутренний объем — купол большого зала.

Высота всех цили дров DH — целое . . . . $106{,}73$ M^0.
Высота двух нижних цилиндров — майор . . . . . . $106{,}73\, M^1 = 65{,}97$ *м*
Высота двух верхних цилиндров — минор . . . . $106{,}73\, M^2 = 40{,}76$ *м*
Соответствующие проектные размеры $DH = 110{,}00$ $DF - 64{,}90$ *м* и $FH = 45{,}50$ *м*.

И здесь отношения расчетные, отношения золотого сечения, с допустимой погрешностью расходятся с интуитивно установленными, размерами проекта.

3. Переходя к разбору высот стилобата, заметим, что этот последний состоит из трех основных масс:

а) из нижней площадки с широко развитыми в ней по главному фасаду входными ступенями, б) из главного о дера стилобата и в) из уступающей за ордером террасы, принимающей верхние цилиндрические объемы.

По проекту — высота ордера . . . . $BC = 34{,}10$ *м*
Высота нижней площадки . . . $AB = 11{,}8$ *м*
Высота верхней террасы . . . $CD = 19{,}80$ *м*
Стилобат по всей высоте . . . $AD = 64{,}90$ *м*.

Полная высота стилобата нами выше согласована как $M^2 = 65{,}97$ *м*. Исходя из этого размера, выделим прежде всего высоту нижней площадки $AB = M^6 = 9{,}67$ *м*. При этом высота ордера и верхне террасы BD будут равны $65{,}97 - 9{,}67 = 56{,}30$ *м*, по проекту $53{,}90$ *м*. Эти обе части могут быть согласованы в отношении майор и минор, т. е.

		расчетн.	по проект.
целое—ордер и верхняя терраса	BD — целое	$= 56{,}30$	(53,90)
майор — ордер . . .	$BC - M$	$= 34{,}89$	(34,10)
минор— верхняя терраса	$CD - m$	$= 21{,}41$	(19,80)

Эти отношения приняты как наиболее приближающиеся к проекту и дающие вместе с тем пропорционально-приемлемое решение.

Очень четкое членение стилобата получается также при следующей организации основных масс стилобата

а) Вся высота стилобата
AD . . . . целое $M^2 = 65{,}97$
Высота большого ордера
BC . . . . майор $M^3 = 40{,}76$
Верхняя и нижняя площадки
$AB + CD$ . . . . минор $M^4 = 25{,}21$

б) Верхняя и нижняя площадки
$AB + CD$ . . . . целое $M^4 = 25{,}21$
Верхняя прощадка CD . . майор $M^5 = 15{,}54$
Нижняя площадка AB . . . минор $M^6 = 9{,}67$

4. Высота всех четырех верхних цилиндров выше пропорционально установлена. При условии же принятой проектом одинаковой высоты всех трех нижних цилиндров, высота каждого из них определяется из общей высоты двух нижних цилиндров и равна $\frac{M^2}{2} = \frac{65{,}97}{2} = 33$ *м*, что отвечает принятой проектной высоте $32{,}45$ *м* и этим каждая пара цилиндров, включая сюда и верхний третий цилиндр, дает пропорциональное к целому отношение M^2 и неразрывную между собой пропорциональную связь.

5. Высота третьего и четвертого цилиндра вместе взятых составляет $M^3 = 40{,}76$ (по проекту 45,50), откуда при высоте третьего 33 *м* высота четвертого цилиндра равна $40{,}76 - 33$, т. е. $7{,}76$ *м* (по проекту 11 *м*).

Вариантом приведенного решения может быть самостоятельное определение высоты каждого из двух верхних цилиндров, с некоторым сокращением высоты третьего за счет увеличения таковой четвертого цилиндра, а именно высота верхнего цилиндра $= M^6 = 9{,}67$, а нижнего $40{,}76 - 9{,}67 = 31{,}09$ *м*.

6. Что касается вопроса о размере венчающей здание фигуры, то принятая проектом высота пропорционально не оправдывается.

Высота ее, вместе с непосредственным ее пьедесталом, по проекту равна $36{,}8$ *м*, из коих половина — $18{,}4$ *м* — составляет пьедестал и плиту под фигурой, остальные $18{,}4$ *м* — высоту самой фигуры. Диаметр верхней площадки $hh = 41{,}13$ *м*.

При разборе примитивных отношений в проекте в свое время было указано (п. 5,а), что высота фигуры и пьедестала ее GK с известным приближением составляют высоту правильного равностороннего треугольника, основанием которого является ширина верхнего цилиндра.

Допуская даже это примитивное построение, то и оно дало бы более или менее правильное, приемлемое для глаза отношение, приняв основанием равностороннего треугольника тот же диаметр hh четвертого цилиндра, считая высоту треугольника не с нижней грани цилиндра G, а с верхней ее грани H, с той плоскости, откуда фигура самостоятельно выделяется от нижнего массива. При этом условии HK равнялось бы

$$\frac{41{,}83}{2}\sqrt{3} = 35{,}7 \text{ м вместо } 26 \text{ м}.$$

Здесь следует указать еще на другое обстоятельство, также недопустимое в отношении пропорциональности, — на равные размеры высоты фигуры и высоты непосредственного его пьедеста-

ла, без третьего, связующего это равенство в одно пропорциональное целое, звена.

Не желая выходить из рамок настоящего разбора, в которых моменты композиционного порядка не затрагиваются, ограничимся в вопросе о венчающем сооружение звене указанием правильного подхода к установлению пропорционально его размера.

а) Высота фигуры может быть прежде всего уравновешена с шириной верхнего цилиндра hh, к которому она своим пьедесталом примыкает, для чего следует дать отношение hh к высоте ее HK подобное отношению ширины всего цилиндрического массива ее, в диаметре ее нижней грани, к его высоте, DH, а именно:

1) $co =$ минор $= M^2 = 65{,}97$ *м*
$DH =$ майор $= M^1 = 106{,}73$ *м* и также

2) $ho =$ минор $= \frac{M^3}{2} = 20{,}38$
$HK =$ майор $= \frac{M^2}{2} = 32{,}98$ *м*.

В таком случае высота HK к ширине ho находится также в отношении, равном отношению высоты всего монументального массива AH к его основанию, в наибольшем его измерении co — $M^0 : M^1$.

б) Желая высоту фигуры согласовать непосредственно с общими высотами сооружения, следует к общей высоте цилиндрических массивов M^1 придать его майор M^2 или минор M^3. В данном случае более правильно взять M^3, который в таком случае является майор поддерживающих цилиндрические объемы нижних прямоугольных в плане массивов. При этом условии по всей высоте сооружения получаются отношения.

$M^2 : M^1 : M^3$, из которых

M^2 отвечает	нижним поддерживающим объемам	AD
M^1 „	высоте цилиндрических объемов	DH
M^3 „	высоте венчающей фигуры	HK

и

$$HK = M^3 = 40{,}76 \text{ м}.$$

в) В случае, если по композиционным соображениям явилось бы желательным венчающую фигуру не приставить, а включить в общую высотную композицию целого, следовало бы исходным размером всего сооружения принять общую высоту от подошвы здания до фигуры включительно, AK. В таком случае AK целое M^0 в первом своем членении M^1 дает высоту цилиндрических объемов и второй нижней террасы, которую в этом случае следует композиционно приблизить к цилиндрическим объемам, придавая ей характер их стилобата.

Пропорции общих масс по высоте при такой предпосылке будут, оставив всю массу CH согласно проекту, $= 120$ *м*.

а) Вся высота сооружения AK . . . . целое $M^0 = 207$ (199)
Высота всех цилиндрических масс и второй террасы CH . . . майор $M^1 = 128$ (128)
Нижний ордер и фигура $AC + HK$ . . . . минор $M^2 = 79$ . .

б) Нижний ордер и фигура $AC + HK$ . . . . целое $M^2 = 79$
Нижний ордер AC . . майор $M^3 = 49$ (45,10)
Фигура . . . . минор $M^4 = 30$

7. Пропорциональные отношения проекта по горизонталям, в общей связи с пропорциями высот почти целиком согласованы по обе стороны симметрической оси главного его фасада.

а) Высота всего дворца AH . . . . целое $M^0 = 172{,}70$ (172,70)
Ширина нижнего ордера до оси co . . . майор $M^1 = 106{,}73$ (110,5)
Радиус 1-го цилиндра eo . . . . минор $M^2 = 65{,}97$ (66,1)

б) Радиус 1-го цилиндра eo . . . . майор M^2
Диаметр 4-го цилиндра hh . . . . минор $M^3 = 40{,}76$ (41,13)

в) Диаметр 4-го цилиндра hh . . . . майор $M^3 = 40{,}76$ (41,13)
Уширение 3-го цилиндра gh . . . . . минор $M^4 = 25{,}21$ (23,4)

г) Разница радиуса 1-го и 3-го цилиндров eg . . $= eo - go$

$$eo = M^2, \text{ а } go = M^4 + \frac{M^3}{2}, \text{ откуда}$$

$$eg = \frac{M^2 + M^2 - M^4 - M^3 - M^4}{2} =$$

$$= \frac{M^3 + M^4 + M^3 + M^4 - M^4 - M^3 - M^4}{2} = \frac{M^3}{2},$$

следовательно $eo - go$, т. е.
$eg =$ . . . . целое $= 20{,}38$ (20,6)
Разница радиусов 3-го и 2-го цил. gf . . . . . майор $\frac{M^4}{2}$ 12,60 (13)
Разница радиусов 1-го и 2-го цил. ef . . . . . . минор $\frac{M^5}{2}$ 7,77 (7,6)

д) Внутренний диаметр полукруглой колоннады стилобата $nn = M^1 = 106{,}73$ (108,35)
Средний ее портик по ширине . . . . $2M^6 = 9{,}67 \times 2 = 19{,}35$ (19,34)
Боковые ее портики по ширине . . . . $M^5 = 15{,}54$ (17,3)

е) Вынос нижней террасы — по главному фасаду . . . . $= M^3 = 40{,}76$ (40,45)

Резюмируя приведенный ход развития пропорциональных отношений основных масс главного фасада Дворца Советов, получаем следующие отношения:

I по вертикали

1) AH целое $S = a\ M^0$
принимая $AH = a$ — исходным размером
DH майор . . . . $M = aM^1$
AD минор . . . . $m = aM^2$

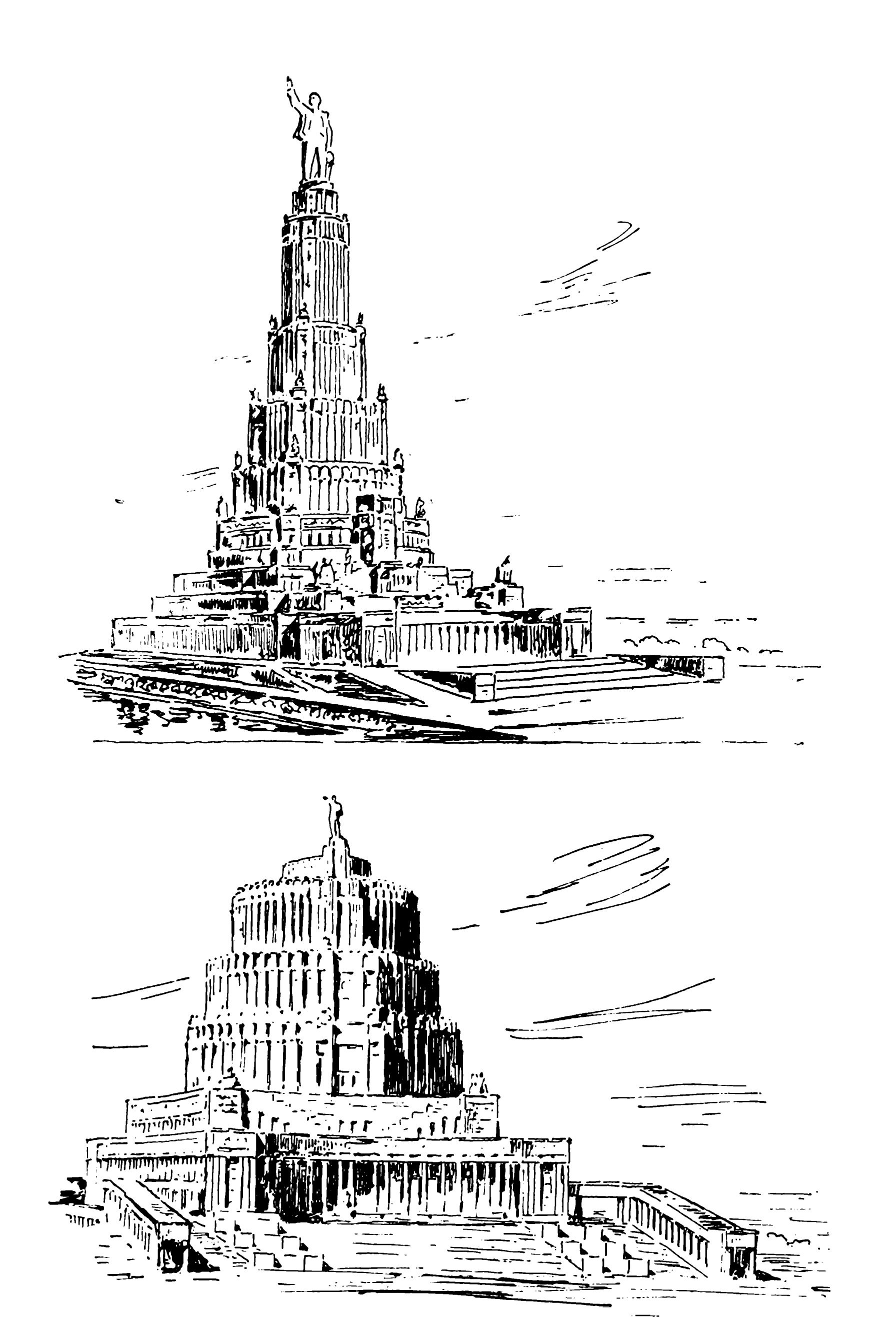


Рис. 16. Проекты Дворца Советов СССР.

2) DH целое . . . . $S = aM^1$
DF майор . . . . $M = aM^2$
FH минор . . . . $m = aM^3$

3) $ED = EF = FG \ . \ . \ . = \frac{aM^2}{2}$

вариант 3 (а) $ED = EF$
в) $GH = M^6 \ FG = M^3 - M^6$

4) $AB \qquad = a\,|^{6}$
BD целое $= S = a\,|^{2} - aM^6$
BC майор $= M = a\,|^{3} - aM^7$
CD минор $= m = a\,|^{4} - aM^8$

5. Вариант предыдущего

$$AD = \text{целое} = S = aM^2$$
$$BC = \text{майор} = M = aM^3$$
$$AB - CD = \text{минор} = m = aM^4$$

и далее

$$AB + CD = S = aM^4$$
$$CD = M = aM^5$$
$$AB = m = aM^6$$

6. Высота венчающей фигуры $HK = aM^3$

$$\left(\text{вар. } a\frac{M^2}{2}\right).$$

II. По горизонталям в согласованности с вертикалями

1. $AH = \text{целое} = S = aM^0$
$co = \text{майор} = M = aM^1$
$eo = \text{минор} = m = aM^2$

2. $eo = \text{майор} = M = aM^2$
$hh = \text{минор} = m = aM^3$

3. $hh = \text{майор} = M = aM^3$
$gh = \text{минор} = m = aM^4$

4. $eg = \text{целое} = S = a\frac{M^3}{2}$
$gf = \text{майор} = M = a\frac{M^4}{2}$
$ef = \text{минор} = m = a\frac{M^5}{2}$

5. $co = \text{целое} = S = aM^1$
$bc = \text{минор} = m = aM^3$

Анализ пропорциональности первого принятого в основу проекта Дворца Советов устанавливает, где более, где менее полное согласование принятых зодчим размеров общих архитектурных его масс, с расчетными данными золотого сечения, давая в общем гармоничное решение.

§ 40. Анализ переработанного первого проекта Дворца Советов СССР архит. В. Гельфрейх, Б. Иофана и В. Щуко

(таблица XXIV)

Анализ пропорциональности основных масс проекта Дворца Советов (рис. 16) составлен, придерживаясь опубликованных в № 3 журнала „Строительство Москвы“ за 1934 г. разреза и планов. Ввиду того, что масштаба на опубликованных чертежах нет (1:2000 не подходит), размеры отдельных частей установлены по планам и главным образом по разрезу, руководствуясь указанием, что вся высота здания вместе с фигурой, считая от отметки 11 (набережная Москва-реки) составляет 415 *м*.

Равно как и в предыдущем случае, и в данном разборе возможно некоторое расхождение, таким образом, определенного масштаба, что для пропорционального анализа относительных размеров отдельных частей целого значения не имеет.

Прежде чем перейти к вопросу о согласованности проектных размеров с золотым сечением, укажем и в данном проекте ряд примитивных отношений отдельных архитектурных частей между собой, интуитивно, или сознательно принятых во время проектировки.

В этом отношении главным образом следует отметить, что архитектурные массы, считая в плоскости оси памятника, дают отношения их высоты к ширине, выраженные в малых численных величинах. в самом деле:

1. Нижний массивный цилиндр, который служит цоколем всех верхних цилиндрических объемов, дает отношение высоты к диаметру как 2:3.

высота его $AG = 2 =$ 99,28 *м* (по проекту 99,28)
диаметр его $ff = 3 =$ 149 (по проекту 149,4)

2. Отношение высоты к диаметру следующего, нагружающего нижний, цилиндра 1:4.

высота его $GH = 1 =$ 31 (32 по проекту)
диаметр его $gg = 4 =$ 124 (124,26)

3. Отношение высоты HI к ширине следующего яруса

высота цилиндра $HI = 1 = 48$ (47,5)
диаметр его $hh = 2 = 96{,}07$ (96,07)

4. Отношение высоты IK к диаметру 4-го цилиндра 3:4

высота цилиндра $IK = 3 = 51{,}24$ (51,24)
диаметр его $ii = 68{,}32$ (68,32)

5. Отношение высоты KL к диаметру 5 го цилиндра 5:3

высота $KL = 5 = 80{,}7$ (80,7)
диаметр $kk = 3 = 48{,}4$ (48,04)

6. Отношение высоты последнего цилиндра к диаметру 2:3

высота его $LN = 2 = 24$ (25,19)
диаметр его $ll = 3 = 36{,}3$ (36,3)

Приведенные выше, или подобные им, отношения частного порядка вносят известное регулирующее начало в отношения отдельных архитектурных частей между собой, хотя бы облегчая в силу своей простоты их восприятие; однако коренного значения в смысле достижения общей пропорциональности целого они иметь не могут.

Анализ отношений между собой главных архитектурных масс сооружения, принятых проектом, в смысле соответствия их с золотым сечением и поверка общей, достигнутой в нем, пропорциональности поведем как и в первом проекте, отдельно, сперва по вертикалям, а затем, по горизонталям.

I. Анализ проекта по вертикали. Проект здания состоит по своему существу из трех основных моментов 1) главное зало. со всеми обслуживающими его и малый зал помещениями, 2) расположенные над ним переходные объемы и 3) венчающая все здание фигура В. И. Ленина.

Архитектурно первый из них оформлен широким, в общем, в плане прямоугольным, стилобатом,

в нентре которого возвышаются первые три, круглые в плане, массива.

Второй ярус состоит из четырех, таких же, в плане круглых, массивов.

Завершением целого является венчающая, громадных размеров, фигура Ленина.

1) Эти три основные части и должны быть прежде всего пропорционально правильно между собой согласованы. В самом деле, с сравнительно незначительной погрешностью эти три части дают отношения целого к большему и к меньшему отрезку, а именно, средние массивы составляют целое, майор которого — выраженный на фасаде зал, минор — венчающая фигура.

Высота средних массивов *HN*—целое—208,27 *м*— по расчету, по проекту — 205 *м*, причем разница составляет 1,5%.

Нижние, оформляющие зал массивы *AH*—майор= = 128,73 *м* по расчету, а по проекту 132 *м* — разница 2,5%. Венчающая фигура *NO* — минор = = 79,53 *м* по расчету; по разрезу высота фигуры показана в 69,4 *м*, а по приложенному разъяснению 80 *м*, что почти совпадает с расчетным размером.

Установив таким образом согласование основных членений, перейдем к разбору главных архитектурных масс памятника, причем всю их высоту примем исходным размером. Высота эта *AN* по опубликованному разрезу равна 337 *м* от отметки 19 — уровня площади перед главным фасадом.

2) Полная высота до фигуры

AN — целое $M^0 = 337$ (337)

Верхние архите турные массы

NH — майор $M^1 = 208{,}27$ (205)

Нижние зальные массивы

AH — минор $M^2 = 128{,}73$ (132)

3) Из верхних архитектурных масс *HN*, как целое, образованное из четырех уступающих один за другим, круглых в плане, цилиндрических объемов, по приему, принятому композицией, два средних составляют майор, верхний и нижний — минор целого.

Вся высота четырех цилиндров

HN — целое $M^1 = 208{,}27$ (205)

Два средних цилиндра

IL — майор $M^2 = 128{,}73$ (132)
разница 1,5%.

Верхний и нижний цилиндры

HI + *LN* — минор $M^3 = 79{,}53$ (73)
разница 9%.

4) Эти последние, верхний и нижний цилиндрические объемы, в свою очередь могут быть согласованы между собой как больший и меньший отрезок.

Верхний и нижний цилиндрический объемы

HI + *LN* — целое $M^3 = 79{,}53$ (73)

Нижний из них

HI — майор $M^4 = 49{,}20$ (47,50)
разница 3,6%

Верхний

LN — минор $M^5 = 30{,}33$ (25,56)
разница 19%.

В данном случае, ввиду более значительного расхождения расчетного размера с проектным, мог бы быть допущен вариант самостоятельного согласования верхнего цилиндра, приняв *LM* равным $M^6 = 18{,}87$ (20,5), причем разница составит 8%.

5) Два средних цилиндра между собой согласуются как майор и минор.

Оба средних цилиндра

IL — целое = $M^2 = 128{,}73$ (132)

Верхний из них

KL — майор = $M^3 = 79{,}53$ (80,70)

Нижний

IK — минор = $M^4 = 49{,}20$ (51,24)
разница 0,5%.

6) Указав согласование высот верхних цилиндрических объемов, перейдем к нижним, составляющим минор верхних, к объемам, отвечающим высоте *AH*. В них:

Вся высота нижних объемов

AH — целое = $M^2 = 128{,}73$ (132)

Верхние из них

DH — майор = $M^3 = 79{,}53$ (81,96)
разница около 3%.

Нижние — ордер и первый прямоугольный в плане уступ

AD — минор = $M^4 = 49{,}20$ (49,1)
разница = 0.

7) Высота ордера и первого уступа

AD — целое = $M^4 = 49{,}20$ (49,1)

Высота ордера

BC — майор = $M^5 = 30{,}33$ (26,05)

разница около 16%; взяв $BC = M^5 - M^9 = 25{,}95$ разница 1/2%.

Стилобат и первая уступающая галерея

AB + *CD* — минор = $M^6 = 18{,}87$ (23)
разница около 17%.

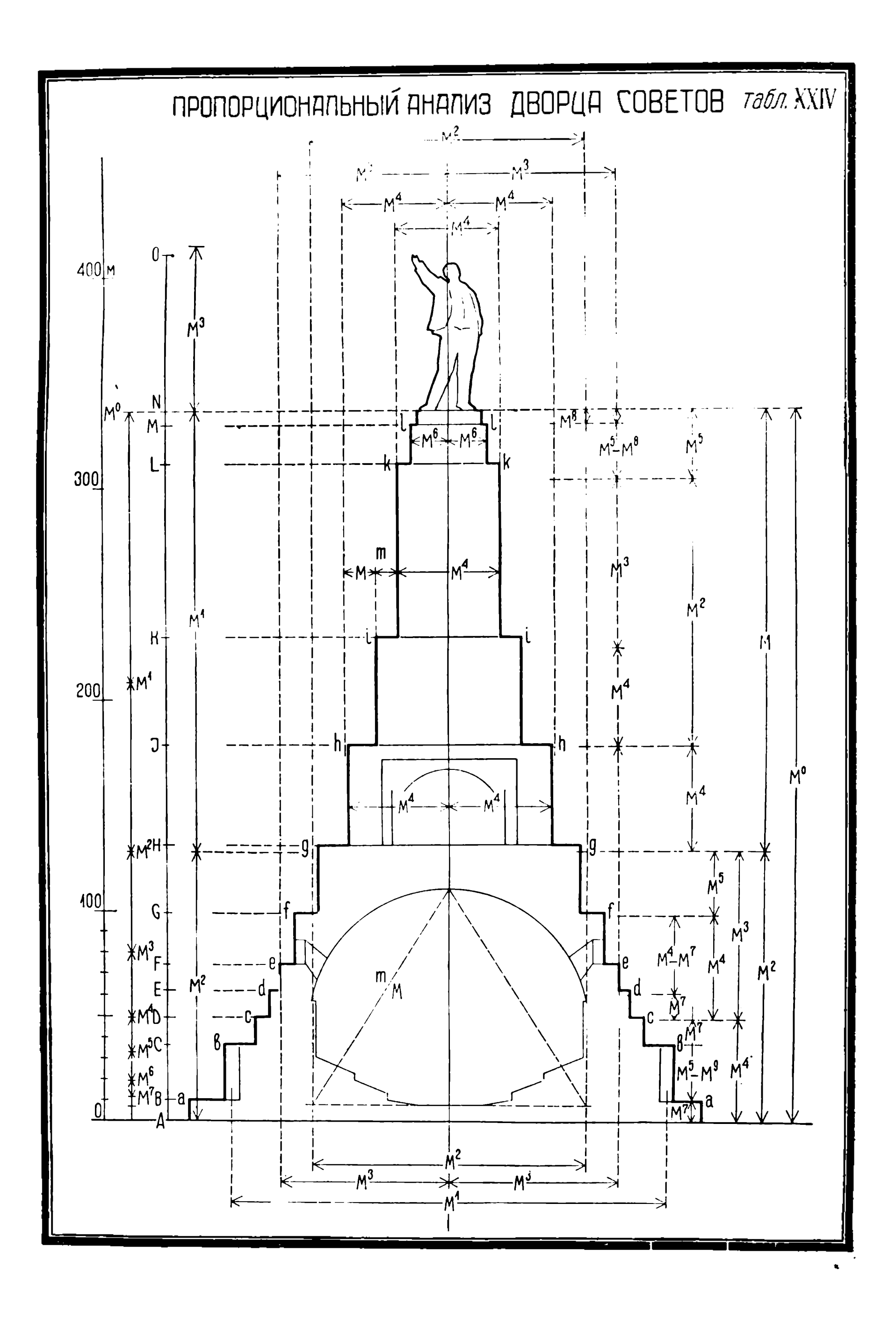
8) Стилобат и первая уступающая галерея:

AB + *CD* — целое = $M^6 = 18{,}87$ (23)

Первый уступ *CD* — майор = 11,46 (13)
Стилобат *AB* — минор = 7,077 (10)

9) Значительная разница этих последних находится в полной зависимости от ранее установленного правильного отношения их к высоте ордера. Приняв же $BC = M^5 - M^9 = 25{,}95$ $AB + CD = 49{,}20 - 25{,}95 = 23{,}25$ *м*, его майор — 14,2, минор 8,8, что дает согласование их размеров с золотым сечением с разницей всего около 8% (приняв $AB = CD = M^7 = 11{,}62$, разница несколько больше).

Высота *DH* — целое $M^3 = 79{,}53$ (81,96)
Нижние части *DG* — майор $M^4 = 49{,}20$ (49,96)
Верхний цилиндр *GH* — минор $M^5 = 30{,}33$ (32)
разница от 0,5—5%.


ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВОРЦА СОВЕТОВ
Табл. XXIV
400 м
300
200
100
0
O
N
M
L
K
J
H
G
F
E
D
C
B
A
a
в
c
d
e
f
g
h
i
k
l
m

10) Высота нижних, первых цилиндров и второго прямоугольного уступа против нижнего ордера

DG — целое $= M^4 = 49{,}20$ (49,96).

Цилиндрический массив, в котором расположены окна, освещающие купол зала,

FG — майор $= 30{,}33$.

Нижняя часть под ним расположенная

DF — минор $= M^6 = 18{,}87$.

Как эта часть, так и следующее деление DF на DE и FE предположительны, ввиду того что точные размеры их по разрезу не могут быть установлены.

11) Ориентировочное пропорциональное деление в данном случае дает:

DF — целое $= M^6 = 18{,}87$
DE — майор $= M^7 = 11{,}46$
EF — минор $= M^8 = 7{,}08$

или

$DE = EF = M^7 = 11{,}46$.

2. *Анализ проекта по горизонтам.* Разобрав пропорции высот главных основных архитектурных массивов, перейдем к анализу их по горизонталям; при этом следует отметить, что ширина отдельных частей, по главному фасаду, частично согласована по всей ширине, частично по обе стороны оси симметрии, считаясь при этом с соответственной их высотой.

1) Вся высота архитектурных массивов до фигуры

AN — майор $= M^0 = 337$ *м* (337 *м*)

Вся нижняя ширина сооружения

bb — минор $= M^1 = 208{,}27$ (213,50)
разница около $2\frac{1}{2}\%$.

2) Вся нижняя ширина здания

bb — майор $= M^1 = 208{,}27$

Внутренняя ширина полукруглой колоннады, а также внутренний диаметр большого зала —

минор $= M^2 = 128{,}73$ (128,10)

3) Полная нижняя ширина

bb — майор $= M^1 = 208{,}27$ (213,50)

Диаметр верхнего, архитектурно по фасадам оформляющего купол цилиндра

gg — минор $= M^2 = 128{,}73$ (124,26)
разница 4%.

Высота верхних массивов, над этим цилиндром расположенных

HN — целое $= M^1 = 208{,}27$

4) Полная высота нижних цилиндрических массивов

AH — майор $= M^2 = 128{,}73$ (132)

Нижний их радиус

eo — минор $= M^3 = 79{,}53$ (81,13)
разница около 2%.

5) Высота 4-го цилиндра

HI . . . . $= M^4 = 49{,}20$ (47,50)

равна его радиусу

ho . . . . $= M^4 = 49{,}20$ (48,04)
разница около 2%.

6) Высота 6-го цилиндра

KL . . . . $= M^3 = 79{,}53$ (80,70)

Диаметр его

kk . . . . $= M^4 = 49{,}20$ (48,04)

7) Высота верхнего цилиндра

LN — майор $= M^5 = 30{,}33$

Радиус его

lo — минор $= M^6 = 18{,}87$ (18,15)
(или по варианту = высоте цилиндра)
разница около 4%.

8) Диаметр пятого цилиндра устанавливается в связи с диаметром цилиндров, непосредственно под ним и над ним расположенных, а именно:

а) радиус 4-го цилиндра $ho = M^4$

радиус 6-го цилиндра $ko = \frac{M^4}{2}$,

следовательно вынос 4-го цилиндра, против 6-го составляет

$$hk = ho - ko = M^4 - \frac{M^4}{2} = \frac{M^4}{2}$$

и далее:

б) вынос 4-го цилиндра против 6-го

hk целое $\frac{M^4}{2} = 24{,}60$ (24)

вынос 4-го против 5-го

hi майор $\frac{M^5}{2} = 15{,}16$ (13,72)

вынос 5-го против 6-го

ck минор $\frac{M^6}{2} = 9{,}44$ (10,28),

откуда диаметр пятого цилиндра равен

$$M^4 + 2\frac{M^6}{2} = M^4 + M^6$$

$M^4 + M^6 = 68{,}07$, по проекту 68,32.

9) Вынос второго цилиндра против третьего

$fg = M^7 = 11{,}46$ (10,7),

отсюда диаметр 2-го цилиндра

$$ff = gg + 2\,fg = M^2 + 2M^7$$
$$ff = M^2 + 2\,M^7 = 151{,}65 \text{ (149,45)}.$$

Так же как и в первом проекте ограничимся ориентировочной поверкой основных фасадных архитектурных масс, не входя в разбор ни планов, ни тем более деталей. При этом ввиду полной согласованности установленных как высот, так и ширины отдельных архитектурных масс, площади их в осевом разрезе и объемы их также соответственно между собой пропорциональны.

В общем итоге при пропорциональном разборе установлен следующий непрерывный ряд пропорциональных отношений отдельных составных частей сооружения между собой, исходя из одного основного размера — полной высоты всего архи-

тектурного массива памятника, считая от отметки 19 *м* — уровня площади у подножия стилобата перед главным фасадом, $AN = a = 337$ *м*.

Непрерывный ряд пропорциональных между собой высот

1. AN — целое — $S = aM^0$
   HN — майор — $M = aM^1$
   AH — минор — $m = aM^2$
2. а) AH — целое — $S = aM^2$
   DH — майор — $M = aM^3$
   AD — минор — $m = aM^4$
   б) AD — целое — $S = aM^4$
   BC — майор — $M = aM^5$
   $AB + CD$ — минор — $m = aM^6$
   в) $AB + CD$ — целое — $S = aM^6$
   CD — майор — $M = aM^7$
   AB — минор — $m = aM^8$
   г) DH — целое — $S = aM^3$
   DG — майор — $M = aM^4$
   GH — минор — $m = aM^5$
   д) DG — целое — $S = aM^4$
   FG — майор — $M = aM^5$
   DF — минор — $m = aM^6$
   е) DF — целое — $S = aM^6$
   DE — майор — $M = aM^7$
   EF — минор — $m = aM^8$
3. а) HN — целое — $S = aM^1$
   IL — майор — $M = aM^2$
   $HI + LN$ — минор — $m = aM^3$
   б) $HI + LN$ — целое — $S = aM^3$
   HI — майор — $M = aM^4$
   LN — минор — $m = aM^5$
   в) IL — целое — $S = aM^2$
   KL — майор — $M = aM^3$
   IK — минор — $m = aM^4$
4. HN — целое — $S = aM^1$
   AH — майор — $M = aM^2$
   NO — минор — $m = aM^3$

Непрерывный ряд ширины отдельных частей при том же исходном размере $a = M^0 = 337$ *м*.

1. AN — майор — $M = aM^0$
   bb — минор — $m = aM^1$
2. bb — майор — $M = aM^1$
   gg — минор — $m = aM^2$
3. gg — майор — $M = aM^2$
   eo — минор — $m = aM^3$
4. $IH = ho \qquad = aM^4$
5. $IK = M^4 \quad ii = aM^4 + aM^6$
6. KL — майор — $M = aM^3$
   kk — минор — $m = aM^4$
7. LN — майор — $M = aM^5$
   lo — минор — $m = aM^6$
8. Внутренний диаметр зала $= aM^2$
   Радиус его — минор — $m = \frac{aM^2}{2}$
   Высота его — майор — $M = \frac{aM^2}{2}$

Ориентировочный, касающийся только основных масс главных фасадов обоих проектов, пропорциональный разбор дает наиболее четко воспринимаемые глазом линейные отношения вертикалей и горизонталей, которые в свою очередь отражают и предопределяют пропорциональные отношения как плоскостей, так и объемных масс.

Размеры по проектам с расчетами по золотому сечению в основных массах не дают сколько-нибудь резкого между собой расхождения и урегулировка их не может изменить композиционного впечатления целого и отдельных его составных частей.

В общем анализ их подчеркивает значительную степень пропорциональности, достигнутой композицией, причем особо следует отметить установленную непосредственную пропорциональную связь между собой всех основных, как по высоте, так и по ширине, составных их архитектурных масс, при одном общем исходном размере, что и является веским моментом пропорциональности всякого монументального здания.

§ 41. Заключение

Резюмируя установленные в нашем изложении при разборе пропорциональности архитектурных памятников положения, приходим к следующим выводам:

1. Первым этапом, первой стадией создания каждого вновь сооружаемого здания является проблема архитектурно-композиционного его оформления с полным учетом всех тех моментов, которые должны быть выполнены архитектурной композицией. Моменты эти заключаются в основном в решении проблем идейной выразительности форм, с учетом необходимой целесообразности простоты и правдивости форм, не игнорируя конструкций и материалов.

2. Одним из основных моментов архитектурно-художественного оформления при этом является требование придать сооружению общую гармонию, считаясь с основными ее принципами: симметрией и асимметрией, ритмом и контрастом, масштабностью, соразмерностью, равновесием и прежде всего с пропорциональностью.

3. Пропорциональность в архитектуре — это закономерное соотношение, которое должно существовать между архитектурным целым и его частями, основанное на выполнении определенных ее требований, определенных ее законов.

4. Пропорциональность не имеет самодовлеющего значения в архитектурной концепции целого, она не покрывает всю сущность и полноту композиции, она составляет лишь одно из непременных ее условий, входя при учете всех основных требований композиции в первую стадию оформления проекта.

5. Поверка принятых интуитивно и на основе композиционных требований, на первом этапе проектировки, отношений отдельных масс, отдельных архитектурных частей между собой, должна внести ту закономерность, тот высший порядок, ту гармонию целого, которая и составляет особую ценность архитектурно-художественного памятника.

6. Не являясь таким образом композиционным моментом начальной стадии композиции, проверка пропорциональности в каждом отдельном случае должна подчиняться основной логике композиции, приспособляясь к намеченным ею формам и установленным ею массам, внося лишь свои математические поправки, внося нормативный момент,

вносят внешний порядок в основное композиционное начало созидаемого сооружения.

7. На путях к созданию новой советской архитектуры, по столь ответственному сектору ее, каковым в архитектурном творчестве является пропорциональность, нельзя довольствоваться одними подсознательными путями, необходимо внести и здесь в самую творческую работу зодчего логические элементы научного метода.

8. Трактат Витрувия, случайно дошедшие до нас материалы, а главным образом пропорциональный разбор исторических памятников архитектуры подтверждают применение разных методов пропорциональных построений, принятых зодчими в разные эпохи культурной жизни народов. Сюда относятся: а) построения, основанные на подобии фигур или на среднегеометрически пропорциональной, б) построения при помощи треугольников, равнобедренного и египетского, считаясь с отношениями их сторон и высот между собой, в) так называемая триангуляция здания, т. е. применения построения главным образом при помощи равностороннего треугольника и, наконец, г) построения отношений, отвечающих малым численным величинам, интервалам октавы и гармоничным пропорциям.

9. Все эти, а может быть и иные построения, принятые с целью регулирования размеров архитектурных частей сооружения между собой, частично вносят известный порядок в отдельные отношения здания, но они не дают полной непрерывной связи целого с его частями, с его деталями, и логической основой для стройной рациональной схемы служить не могут.

10. Выясненное выше в нашем изложении исключительное значение в смысле пропорциональности деления золотого сечения как первичного, так и высших порядков, производного деления по схеме геометрической прогрессии золотого сечения, простая практическая применимость ее, гибкость в подходе к композиционным началам, принятым предварительно эскизным проектом, наконец, установленное интуитивное ее применение в отношениях архитектурных частей между собой выдающихся памятников прошлого, выдвигают схему золотого сечения на первое место.

11. Ценным моментом при этом является и та несомненная связь, которую золотое сечение имеет с музыкальной схемой, с построениями при помощи правильного равностороннего треугольника, в котором отношение высоты и сторон является одним из членов прогрессии золотого сечения и то подобие фигур, которое достигается как следствие при построениях по золотому сечению. Эта связь, объясняющая вместе с тем принятие перечисленных схем в исторических памятниках, лишний раз подтверждает значение схемы геометрической прогрессии золотого сечения, являющейся как бы синтезом всех, в разное время принятых, пропорциональных схем.

12. Основанная на законе золотого сечения, пропорциональная схема геометрической прогрессии его дает широкую возможность получения самых разнообразных делений, самых разнообразных членений архитектурного целого на пропорциональные между собой части.

13. Полное пропорциональное равновесие архитектурного целого достигается соблюдением неразрывной пропорциональной связи общего со всеми его отдельными архитектурными частями, со всеми его деталями, руководствуясь данными пропорционального масштаба геометрической прогрессии золотого сечения, уравновешивая на основе предварительно установленной архитектурной концепции целого, шаг за шагом как в плане, так и на фасадах сперва главные его размеры, а затем, согласовывая с ним одну архитектурную часть, одну деталь за другой.

14. Общая высота архитектурного целого представляет собою ряд логически правильно связанных пропорциональными отношениями частичных его высот.

Общие и детальные части целого по горизонталям, поскольку таковые не подчинены законам симметрии и ритма, должны быть связаны между собой такими же пропорциональными отношениями.

15. Установленные таким образом пропорциональные отношения линейных размеров по вертикали и по горизонтали обусловливают вместе с тем и пропорциональность образующих фасадное оформление архитектурного целого, плоскостей и объемных его масс.

16. Исправления установленных теоретически пропорций и отклонения от них могут в известном случае являться необходимыми, когда правильность отношений объемов искажается перспективными сокращениями.

17. В лучших исторических памятниках прошлого выясняется интуитивное согласование их пропорций с исключительным по своему значению законом пропорциональности, с законом золотого сечения. И если в них даже не полное, чисто интуитивное, согласование дало столь ценные в смысле пропорциональности результаты, то нет основания сомневаться в том, что последовательное его применение направит архитектурную мысль на верный путь. Сознательный же подход в этом направлении должен воспитать в современных зодчих то пропорциональное чутье, которое благодаря вековой неустойчивости в этом направлении, в значительной степени утратилось и не всегда и не в достаточной мере появляется даже в серьезных архитектурных решениях нашего времени, требующих особенно серьезного к себе подхода, считаясь с новыми проблемами, настойчиво выдвигаемыми на путях к созданию новой советской архитектуры, с проблемами создания своих норм, своего стиля.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВЫБОРКА ИЗ ТРАКТАТА ВИТРУВИЯ ПО ВОПРОСАМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ И ПО НОРМАМ КЛАССИЧЕСКИХ ОРДЕРОВ

Взгляды Витрувия на основные моменты гармонии в архитектуре. Пропорциональные нормы портиков и ордеров храмов и общественных здании

Исключительное значение трактата Витрувия единственного свидетеля — зодчего современника, передавшего мысли и взгляды классического мира по вопросам пропорциональности и гармонии в архитектуре, заставляет приложить к настоящему исследованию о пропорциональности выборку из его трактата в тех частях, где он касается этих вопросов.

1. Указания Витрувия на знания, необходимые зодчему, и на основы композиции

Трактат свой Витрувий начинает с указания на значение зодчего и с изложения взлядов на разграничение композиции и пропорциональности в архитектуре.

1-я книга, 1-я глава. § 1. Деятельность зодчего развивается в плоскости двух факторов практики и теории и должна быть руководима, как образованием, полученным в разных отраслях зданий, так и разнообразным опытом, добытым практическими наблюдениями.

Практика — это постепенное наращение путем наблюдений, знания явлений, связанных с строительством, на деле.

Теория же есть приведение в систему добытых наблюдениями научных данных и разъяснение их на основе законов пропорциональности.

§ 2. Так зодчие без ученых знаний никогда не получат общего признания, в то время, как таковые, которые знают только одну теорию, гонятся за тенью, а не за существом дела.

§ 3. Практикующий зодчий должен быть не только талантлив, но и научно подготовлен; как талант без учености, так и ученость без таланта не дают законченного зодчего; таковой должен владеть слогом, уметь рисовать, знать геометрию, оптику и арифметику, он должен иметь исторические познания, прослушать учения философов, должен быть знаком с музыкой, иметь сведения о медицине, уметь справляться в постановлениях юристов и должен иметь познания в астрономии и в законах неба.

§ 4. Стилистические сведения нужны зодчему для изложения своих знаний потомству, рисовать он должен для изображения того, что он задумал, геометрия дает разные пособия и знание пользоваться линейкой и циркулем, необходимое для черчения планов, арифметикой определяются расходы на постройку, определяются ее размеры и решаются сложные вопросы отношений и пропорций по геометрическим законам и правилам.

2-я глава. § 1. Строительное искусство имеет в своей основе следующие элементы: композицию, которую греки называют таксис, изображение — по-гречески диатезис, эвритмию, симметрию и соответствие назначения и применение к условиям, которые греки называют экономия.

§ 2. Композиция — это соразмерное и целесообразное определение отдельных частей здания и симметрическое распределение их отношений; она создается на основе общей соразмерности, получаемой применением масштаба, взятого с части целого.

Изображение — это планомерное распределение отдельных частей здания согласно его потребностям, помощью горизонтальной и вертикальной проекции и перспективного вида, которых греки называют идеи.

2. Взгляды Витрувия на основы пропорциональности

Взгляды Витрувия на основные моменты гармонии в архитектуре изложены им в 1-й книге, во 2-й главе, в § 3 и 4 и в 3-й книге, глава 1-я § 1, 2, 3, 4. В них Витрувий выясняет **подход к определению „симметрических“ отношений в архитектуре**, на основе и по аналогии отношений частей нормальной фигуры человека.

Соответствующие выборки по этим частям приведены нами в 1-й главе настоящей книги § 2 „Витрувий о гармонии и пропорциональности в архитектуре".

Далее Витрувий указывает на принцип применения линейных мер, взятых с человеческого тела для установления размеров архитектурных задач, давая этим масштаб строительства в легко уловимой связи с масштабом человека.

3-я книга, 1-я глава § 5. „Основные меры для определения размеров частей зданий установлены, считаясь с размерами частей человеческого тела, так: дюйм взят с размера пальца, пальма — с кисти руки, фут со ступни, а локоть с руки.

Установив эти основные меры, древние зодчие делили их в свою очередь, приняв для этого исходным моментом совершенное число, которое греки называют „телейон".

Деление масштабной единицы на дробные части по древнегреческим схемам приводится им в 3-й книге, 1-й главе, § 6, 7, 8, 9.

а) Совершенным числом греки приняли число 10, отвечающее числу пальцев руки, в виду чего дюйм, пальма, фут и локоть делились ими на 10 частей каждый. Платон разъясняет, что десять представляет собой совершенное число, числа же одиннадцать, двенадцатъ и т. д., числа неполные и не законченные, служащие добавлением совершенного числа до следующего полного десятка.

б) Математики же, несогласные с этим совершенным числом, принимают число шесть, причем

единица — $^1/_6\ a$
два — $^1/_3\ a$
три — $^1/_2\ a$
четыре — $^2/_3\ a$
пять — $^5/_6\ a$

шесть число совершенное 1-a и далее

семь, получаемое от прибавления к совершенному числу единицы (т. е. $^1/_6$) $1\ ^1/_6\ a$,

восемь, получаемое от прибавления к совершенному числу двух (т. е. $^1/_3$) $1^1/_3\ a$,

девять — прибавляя $^1/_2$ — $1^1/_2\ a$
десять — прибавляя $^2/_3$ — $1^2/_3\ a$
одиннадцать, прибавляя $^5/_6$ — $1^5/_6\ a$
двенадцать — $2a$

Число шесть математики приняли за совершенное, имея в виду, что как ступня ноги или фут составляет шестую часть высоты человека, и, следовательно шестью ступнями или футами определяется весь рост человека, так и локоть состоит из шести раз взятой кисти руки или из шести пальм и из двадцати четырех дюймов.

В связи с этими соображениями и считаясь с делениями локтя на шесть пальм, а пальму на четыре дюйма, греки и приняли также и свой денежный знак — драхму, равную шести медным монетам — оболям, которые делились на четыре части, на четверти оболей, называемые дихалка, которых, следовательно, 24 приходилось на одну драхму, т. е.

как 1 локоть равен 6 пальмам
1 пальма равна 4 дюймам и, следовательно,
1 дюйм составляет $^1/_{24}$ локтя;
так и 1 драхма равна 6 оболям
1 оболь равен 6 дихалкам и
1 дихалка составляет $^1/_{24}$ драхмы.

Наши предки (т. е. римляне) вначале также приняли древнегреческий счет, считая 10 медных монет равных одному динару.

Признав, однако, впоследствии как шесть, так и десять одинаково совершенными числами, они, сложив их, приняли шестнадцать наиболее совершенным числом. В подтверждение этого приводится то соображение, что если от локтя отнять две пальмы, то получается длина фута, равного четырем пальмам, каждая же пальма состоит из четырех дюймов, откуда фут составляется из 16 дюймов, а динар принимается равным 16 асс.

1 фут равен 4 пальмам
1 пальма равна 4 дюймам, откуда
1 дюйм составляет $^1/_{16}$ фута и
1 динар в свою очередь равен 16 асс.

Если, таким образом, установлено, что основные меры взяты с частей тела человека и каждая часть этого последнего находится в постоянном отношении к целому, то приходится согласиться с зодчими, которые при возведении храмов бессмертным богам, таким же образом сумели отдельные архитектурные части храмов связать определенными пропорциями и симметрией и этим достигнуть единого целого".

3. Пропорции общих масс храмов

Витрувий разбирает в 3-й книге 3-й главе § 1—6.

„Храмы, в связи с размером их междуколонний бывают следующих видов.

Пикностиль — храм с наиболее близко расставленными между собой колоннами.

Систиль, диастиль и ареостиль — храмы с постепенно шире расставленными колоннами.

Эвстиль—храм с правильно расставленными колоннами.

В пикностиле междуколонния равны полутора нижним диаметрам колонн.

Таков храм Юлия и храм Венеры на форуме Юлия.

В систиле междуколонния равны двум диаметрам колонн, причем плинты их баз равны расстоянию между базами.

Таков храм Фортуны около каменного театра (театр Помпея).

Как тот, так и другой вид, по причине слишком близкого расположения колонн, следует признать неудачным. Женщины, поднимаясь по ступеням в торжественном шествии к молитве, не могут пройти между колоннами держась за руки, а должны пройти в одиночку; кроме того близко стоящие колонны скрывают дверь и затемняют статуи богов, сужая к тому и обходы вокруг целлы.

Расстояние между колоннами диастиля, равное трем нижним диаметрам колонн, дает неконструктивное расположение, так как архитравы ввиду большого пролета трескаются."

Здесь всюду Витрувий приводит причиной неудачного расположения колонн функциональную неувязку или неконструктивность, не останавли-

ваясь на удачных или неудачных, по его мнению, их пропорциях.

„В ареостиле, где колонны расставлены еще шире, приходится каменные архитравы заменить деревянными прогонами и вид таких храмов приплюснутый, низкий и прижатый.

Лучшее расположение колонн как по виду, так и по устойчивости дает эвстиль, в котором расстояние между колоннами равно $2^1/_4$ их диаметров, кроме междуколонния двух средних колонн на главном и заднем фасаде, равных 3 диаметрам.

При таких междуколонниях храмы красивы, имеют свободный доступ между колоннами и хороший обход вокруг целлы.

Общие пропорции эвстиля следующие:

1. Ширина его фасада, не считая свеса карниза цоколя и выноса базы

при четырехколонном храме делится на $11^1/_2$ частей,

при шестиколонном храме делится на 18 частей,

при восьмиколонном храме делится на $24^1/_2$ части.

2. Одна из этих частей представляет собой — основной размер — модуль храма и дает диаметр колонн.

3. Междуколонния их составляют $2^1/_4$ таких модулей, кроме средних, главного и заднего фасада, равных трем модулям.

4. Высота колонн равна $9^1/_2$ модулям.

При соблюдении указанных высот и междуколонний получаются правильные отношения храма".

Здесь следует указать, что отношение, указанное Витрувием для междуколонния в эвстиле, дает пропорционально по золотому сечению, хорошо уравновешенное решение, так как диаметр колонн в этом случае составляет M^3 группы двух колонн, а именно: группа двух колонн — $1+2{,}25+1 = 4{,}25 = M^0$, диаметр колонны $1 = M^3 = 1{,}003$.

4. Нормы ионического ордера

Пропорции ионической колонны разобраны Витрувием в 3-й книге, 3-й главе, § 10—12.

„В ареостиле высота колонн равна 8 диам.

в диастиле	„	„	„ $8^1/_2$	„
в систиле и эвстиле		„	„ $9^1/_2$	„
в пикностиле		„	„ 10	„

Таким образом диаметр колонн и их междуосия и междуколонния находятся при всех условиях в пропорциональной между собой согласованности.

В самом деле с увеличением расстояния между колоннами должна быть увеличена и их толщина так и в ареостиле, взяв девятую или десятую часть высоты колонны для их толщины, таковые ввиду большого расстояния между ними покажутся слабыми и тонкими и обратно, если колоннам пикностиля дать толщину равную $\frac{1}{8}$ их высоты,
то от близкого между ними расстояния получается тяжелое и некрасивое впечатление.

Поэтому в каждом отдельном случае следует применяться к данным условиям расположения.

По этой же причине угловым колоннам следует придать толщину на $^1/_{50}$ их диаметра больше остальных, так как они, рисуясь со всех сторон на открытом небе, кажутся тоньше других и утолщением их исправляется оптический обман зрения.

При утонении же колонн кверху следует придерживаться следующих отношений верхних к нижнему диаметрам:

1. В малых колоннах:	до	15 фут.			$d:D=5:6$
2. В колоннах	от	15	„ 20	„	$d:D=5{,}5:6{,}5$
3.	„	„ 20	„ 30	„	$d:D=6:7$
4. В колоннах	„	30	„ 40	„	$d:D=6{,}5:7{,}5$
5.	„	„ 40	„ 50	„	$d:D=7:8$

Если же колонны еще выше, то и утонение следует сделать сообразуясь с приведенными соображениями.

Это постепенное, в связи с увеличением размера высоты колонн, уменьшение верхнего диаметра против нижнего необходимо учесть для достижения гармонического впечатления.

Что же касается того утолщения колонны в ее середине, которое греки называли энтазис, то приемы его построения показаны в конце книги" (чертеж, на который здесь ссылается Витрувий, не сохранился, как вообще все объяснительные к тексту чертежи).

Пропорции ионического ордера в целом из всех ордеров наиболее подробно разобранного Витрувием, изложены им в той же 3-й книге в 5-й главе §§ 1—15.

„Над стилобатом или постаментом устанавливаются базы колонн следующих пропорций.

а) Аттическая база

высота ее с плинтом	равна $^1/_2\ D$
вынос всей базы	„ $1^1/_2\ D$
верхняя часть базы без плинта	„ $^1/_3\ D$

верхний вал составляет $^1/_4$ всей верхней части, нижний вал равен половине остающейся части, выкружка с ремешками равна другой ее половине

б) Ионическая база

вынос всей базы равен $1^3/_8\ D$

высота базы с плинтом как в аттической базе".

Перечисленные отношения ионической базы Витрувия в двух вариантах дают интересные в пропорциональном отношении моменты, а именно:

В аттической базе, равно как и в ионической, основная ширина в диаметре колонн составляет 2:1 ее высоты, т. е. дает два квадрата по одному с каждой стороны симметрической оси колонн.

Вся ширина базы аттической, считая ее в наружной грани выноса, составляет 3:1 ее высоты и дает три квадрата.

В ионической базе вынос ее составляет M^2 ее высоты или радиуса колонны, в численном приближении 3:8.

„На базах,— продолжает Витрувий,— устанавливают колонны промежуточные главного и заднего фасада вертикально, угловые же колонны и колонны боковых фасадов — таким образом, чтобы их внутренняя грань была вертикальна, а все утонение приходилось на наружную грань. Этим получается правильное впечатление всего храма.

Установив колонны, приступают к постановке капителей следующих отношений.

НОРМЫ ВИТРУВИЯ

1. Ширина и глубина абака их равны нижнему диаметру, с увеличением его на $^1/_{18}$, т. е. ширина абака капители равна $D + {}^1/_{18}D = 19$ частям.

2. Высота капители с волютами равна половине ширины абака.

Высота капители равна половине ширины абака $= \frac{19}{2} = 9^1/_2$ таких частей.

3. Вынос абака против тела волюты составляет $1^1/_2$ таких частей и равен $1^1/_2$ глаза волюты.

4. Вся высота капители в $9^1/_2$ частей делится следующим образом:

высота абака	1,5	части
высота волюты	8	„
верхняя часть волюты до оси глаза	4,5	„
нижняя часть волюты до оси глаза	3,5	„
размер глаза волюты	1	„

Волюта вчерчивается, начиная непосредственно под абаком, причем радиус каждой четверти ее круга уменьшается на полдиаметра глаза волюты, достигая, постепенно уменьшаясь, последней четверти круга под абаком.

Высота же капители такова, что из указанных выше 9,5 частей высоты ее с волютой три части под астрагалом отходят под ствол колонны, и таким образом:

Вы ота капители без волют равна 6,5 частям.

Большой полувал по высоте равен высоте всей капители без абака, верхнего поля волюты и астрагала.

Вынос его над астрагалом составляет против выноса абака — одну часть.

Вынос подушек определяется дугой, описанной из середины капители радиусом, взятым от края большого полувала.

Пояски волют не должны быть шире глаза волюты, поле же их должно быть углублено на $^1/_{12}$ часть их высоты.

Таковы размеры капители при колоннах, высотой до 25 фут., при большей их высоте ширина и глубина абака равны нижнему диаметру с прибавлением $^1/_9$ его части, т. е. ширина абака при колоннах выше 25 фут. $= D + {}^1/_9 D$. Увеличение высоты абака в этом случае вызвано необходимостью соблюдения симметрического отношения выноса к диаметру колонны, при меньшем его утонении.

Капители же следует установить не вертикально, а по направлению стволов колонн, причем наклоны вертикалей, получающиеся от неравномерностей стилобата были бы уравнены лишь в выше расположенных частях".

Все вышеприведенные и установленные Витрувием отношения отдельных частей базы и капители ничем им не обоснованы; оправдывает он их указанием на их симметричность, т. е. пропорциональность без всяких, однако, разъяснений — почему, например, следует считать правильным ширину капители в выносе абака равной нижнему диаметру, т. е. модулю, с прибавлением к модулю $^1/_{18}$ его части или высоту капители равной половине этого размера?

В самом же деле, отрешаясь от этих его указаний, но принимая базу и капитель, построенные по его размерам и отвечающие по всей вероятности выработанным в его время типам, получаем ряд отношений как общих масс, так и детальных частей, близких к золотому сечению и согласованных с музыкальной схемой консонантных интервалов, о чем Витрувий очевидно и не подозревает, давая неясные и голословные указания.

Далее Витрувий дает размеры антаблемента и фронтона ионического ордера

„Высота эпистиля (архитрава) следующая:

При высоте колонн от	12 до 15 фут.	$\frac{1}{2}D$	
„	15 „ 20 „	$\frac{1}{13}$	высоты колонны
„	20 „ 25 „	$\frac{1}{12,5}$	
„	25 „ 30 „	$\frac{1}{12}$	

и т. д., считаясь с тем же относительным утоньшением эпистиля, при увеличении высоты колонны.

Вообще, чем выше направляется луч глаза, тем ему труднее проникнуть через уплотняющиеся слои воздуха и, расплываясь в высоте и теряя силу, он не передает полностью полный размер, поэтому и следует несколько усилить симметрические размеры архитектурных частей как в высоко расположенных, так и громадных по размерам зданиях.

Ширина эпистиля внизу под самой капителью равна верхнему, ширина его под фризом — нижнему диаметру.

Высота и вынос карниза эпистиля равны $^1/_7$ его высоты.

Остальная часть высоты эпистиля делится на 12 частей, из которых:

нижний пояс равен 3 частям,
второй „ „ 4 частям,
верхний „ „ 5 частям.

Фриз должен быть или на $^1/_4$ ниже архитрава или, если он украшается рельефами, на $^1/_4$ выше его, чтобы эти последние выделялись достаточно четко, следовательно

архитрав равен 3 частям
фриз „ 4 частям

или

архитрав равен 4 частям
фриз „ 3 частям
в том и другом случае.

Карниз фриза составляет $^1/_7$ его высоты.

Над фризом устанавливаются зубчики, по высоте и выносу своему равные среднему поясу архитрава.

Ширина зубчиков равна $^1/_2$ их высоты.

Расстояние между ними, которое греки называют метопой, равно $^2/_3$ ширины зубчиков.

Карнизик зубчиков равен $^1/_6$ его высоты.

Вынос этого карнизика равен $^1/_6$ высоты зубчиков.

Высота карниза с своим венчающим обломом,

но без симы равна среднему поясу архитрава, а общий его вынос равен всей высоте, считая от конца фриза.

Вообще же все выносы, равные высоте, дают хорошее впечатление.

Поле фронтона по высоте равно $^1/_9$ длины карниза в выносе его венчающего облома и находится в одной вертикальной плоскости с архитравом и верхним диаметром колонны.

Над полем фронтона тянется карниз, такой как нижний, за исключением симы, которая на $^1/_8$ часть выше нижней.

Угловые акротерии одинаковой высоты с полем фронтона, средняя же акротерия на $^1/_8$ выше боковых.

Все части выше капителей: эпистиль, фриз, карниз, поле фронтона, фронтон и акротерий должны быть наклонены против вертикали на $^1/_{12}$ своей высоты, так как, если от глаза провести две прямые — одну в нижнюю, другую в верхнюю грань здания, то верхняя будет длиннее нижней; чем дальше же верхняя грань отходит от глаза, тем более она кажется откинутой, и только придавая верхним частям наклон, они будут казаться вертикальными.

На колоннах следует выдолбить по 24 каннелюр такой глубины, чтобы прямоугольный треугольник, вдвинутый в каннелюру до ее глубины, касался двумя своими гранями наружных ее граней, в то время как прямой угол треугольника с передвижением этого последнего все время касался внутренней окружности каннелюр".

5. Нормы коринфского ордера.

В книге 1-й 4-й главе § 1—11 Витрувий приводит отношения архитектурных частей коринфского ордера.

„Коринфские колонны, за исключением капителей, имеют те же отношения, что и ионические.

Большая же высота капителей делает ордер более высоким и стройным, так как высота ионической капители составляет треть диаметра колонны, высота же коринфской капители равна целому диаметру.

Остальные архитектурные части над колоннами делаются или по дорическому или по ионическому ордеру, так как самостоятельных архитектурных форм для коринфского ордера не установлено. Ввиду этого антаблементы коринфские могут быть или с кронштейнами в карнизе наподобие дорического ордера с триглифами или фризы укрошаются рельефами с зубчиками и карнизами ионического ордера.

Так из двух ордеров, путем внесения нового типа капители, создан новый ордер, причем ордера как дорический, так и ионический и коринфский получили свое обозначение по капителям.

В то время, как высота дорической колонны первоначально в древних храмах была принята в шесть нижних диаметров (как ввиду устойчивости, так и ввиду того, что мужская фигура составляет шесть раз взятый размер ступни ноги) и при более развитом вкусе в семь диаметров, а ионической колонны в восемь, и затем в девять нижних диаметров, коринфские колонны еще несколько более стройны.

Пропорции коринфской капители следующие:

1. „Высота всей капители с плитой равна нижнему диаметру колонны". (Это указание Витрувия не отвечает сохранившимся многочисленным коринфским капителям — вероятно следует читать не с плитой, а без нее.)

2. „Диагональ абака равна удвоенной высоте капители.

3. Лицевая грань абака вогнута против ее угловых выступов на $^1/_9$ фасадной их ширины.

4. Ширина капители внизу равна верхнему диаметру колонны.

5. Высота абака равна $^1/_7$ высоты капители.

6. Высота капители без абака разделена на три части, из которых нижняя часть составляет первый ряд, вторая — второй ряд листьев, а третья — стебли с вырастающими из них волютами, свешивающимися под угловые выносы абака, в третьем же ряду выступают те волюты, которые в серединах капители поддерживают цветки, расположенные в плоскости абака по четырем главным осям капители".

6. Нормы дорического ордера

В 4-й книге, 3-й главе, § 3 Витрувий пишет:

„В дальнейшем я опишу законы и отношения архитектурных частей дорического ордера, которые мы переняли от наших учителей и при соблюдении которых храмы будут построены правильно и без ошибок:

Ширина 4-колонного дорического портика делится на 27 частей

Ширина 6-колонного дорического портика делится на 42 части,

из которых одна часть есть основная единица или по-гречески эмбат, придерживаясь которой устанавливаются пропорциональные размеры всего храма.

Диаметр колонн составляет таких единиц			2
Высота колонн с капителью	„	„	14
Высота капители	„	„	1
Ширина капители	„	„	$^1/_6$

Высота капители в свою очередь делится на части, из которых

абак с его карнизами	1 часть
эхин с ремешками	1 часть
шейка	1 часть

Утонение колонны то же, что и в ионическом ордере.

Высота архитрава с пояском и каплями 1 часть.

Высота пояса равна $^1/_7$ высоты архитрава.

Высота капель с полочкой под триглифом = $= ^1/_6$ высоты архитрава.

Толщина архитрава равна верхнему диаметру.

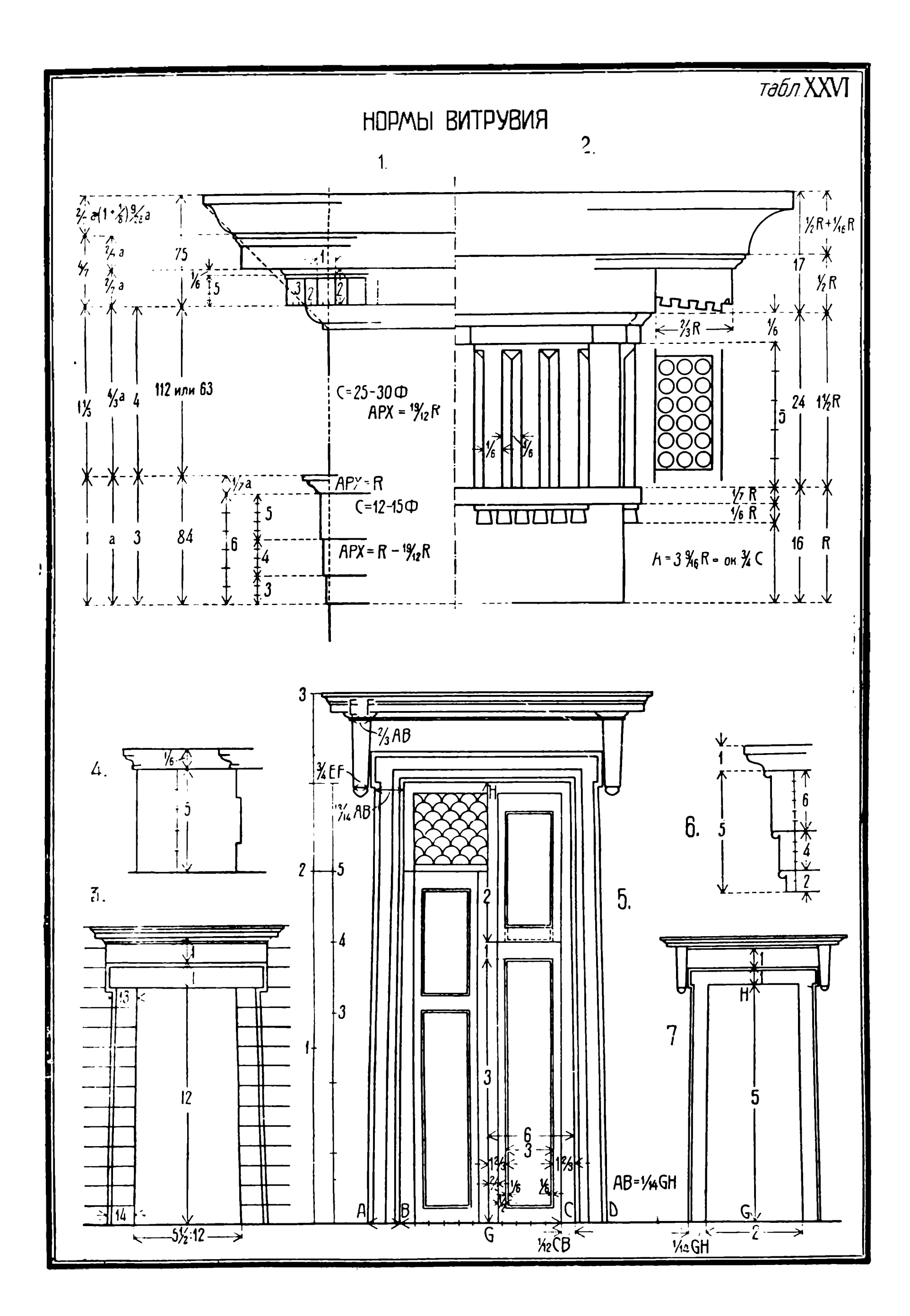
Над архитравом размещаются триглифы с метопами.

Триглифы — высотой $1^1/_2$ единицы
„ — шириной 1 „

Над осью каждой колонны ставят по одному триглифу, между ними по два, а в среднем пролете — три.

Ширина и высота метоп одинаковая.

НОРМЫ ВИТРУВИЯ



Высота капители триглифов равна $^1/_6$ их высоты.
Над капителями триглифов свешивается карниз.
Вынос карниза равен $^2/_3$ единицы.

Высота карниза с дорическим каблучком равна $^1/_2$ единицы.

На нижней стороне карниза свешиваются наклонные плиты с каплями на них, по одной плите над каждым триглифом и над каждой серединой метопы.

Число капель по фасаду 6, в глубину 3.

Пропорции остальных архитектурных частей дорического ордера сима и тимпан с своим карнизом, такие же, что и в ионических храмах.

Перечисленное выше расположение относится к диастильным храмам, в систиле, при меньших междуколонниях, между боковыми колоннами располагают по одному триглифу, между средними — два триглифа.

4-колонный портик систиля делится на 19,5 частей
5-колонный „ „ „ 29,5 „

Из них одна часть составляет собой исходный размер, единицу, по которой определяются все архитектурные части храма.

Дорическая колонна имеет 20 каннелюр.

Длина храма вдвое больше ширины.

Если храм шире 40 фут., то за передними колоннами в пронаосе ставится второй ряд колонн более тонких, чем лицевые; так, если толщина наружных колонн составляет $^1/_8$ их высоты, то внутренние колонны делаются равными $^1/_{10}$ высоты, а если наружные $^1/_9$ или $^1/_{10}$ высоты, то соответственно суживаются внутренние. Делается это на том основании, что в крытом пространстве большее сужение их не улавливается; чтобы все же сгладить разницу в их толщине, при 20 каннелюрах в наружных колоннах, делают их 24, если 28, то 32. Таким путем поверхность, на которую уменьшена колонна, увеличивается, так как при двух колоннах одинаковой толщины, из которых одна с каннелюрами, другая же без них, поверхность первой будет больше.

7. Пропорции дверных наличников

В 4-й книге. 6-й главе, § 1—4 Витрувий излагает пропорции дверных обрамлений.

1. Пропорции дорических наличников.

Высота храма до кессонов делится на	3,5	части
Высота самой двери „ „	2	„
Высота всего просвета „ „	2,5	„
Высота просвета „ „	12	частей

Ширина его внизу составляет 5,5 таких частей, сужение просвета кверху следующее:

При высоте просвета до 16 фут. $^1/_3$ шир. наличника
„ „ 16—25 „ $^1/_4$ „ „
„ „ „ 25—30 „ $^1/_8$ „ „

При большой высоте просвет кверху не утоняется.

Боковые наличники утоняются кверху на $^1/_{14}$ всей ширины и такой же ширины делается верхняя горизонтальная часть наличника над пролетом, которая с двух сторон образует выступающие ушки.

Карнизик наличника составляет $^1/_6$ его ширины и состоит из лесбийского каблучка с валиком, украшенного бусами.

Над наличником двери — фриз, высотой равной наличнику, сверх него дорический каблучок с валиком, украшенный лесбийскими бусами.

Над фризом плита с венчающим каблучком, вынос которого равен его высоте.

2. Пропорции ионических дверных обрамлений
Высота просвета та же, что и дорического.
Ширина к высоте относится как $1:2^1/_2$.
Утонение кверху то же, что и в дорическом
Ширина наличников $^1/_{14}$ высоты просвета.
Каблучок наличника $^1/_6$ ширины наличника.
Остальная часть наличника, без каблучка делится на 12 частей,

из которых первый пояс с валиком и бусами 2 части
второй пояс с валиком и бусами 4 части
третий пояс с валиком и бусами 5 частей

эти пояса своими валиками обходят все три стороны двери.

Фриз такой же высоты, как и дорический.

Справа и слева фриз окаймляется кронштейнами которые, не считая нижнего своего листка, доходят до верхнего уровня дверного пролета.

Ширина их наверху составляет $^2/_3$ ширины наличника.

Утоняясь книзу, они здесь равны $^3/_4$ верхней их ширины.

Аттические двери делаются по тем же правилам, как и дорические, но гладь наличников имеет обходящие полочки, составляющие $^2/_7$ глади.

В этих дверях нет решеток и второго створа — это простые двери, открывающиеся внаружу.

8. Нормы круглых храмов

4-я книга, 8-я глава, § 1 трактует о круглых храмах, относительные размеры которых Витрувий, как всюду, дает определенными нормами, без указания—откуда они взяты и чем они обоснованы.

Круглые храмы бывают двух родов — моноптерос — храм без целлы и периптерос — храм с целлой, обнесенной рядом колонн.

1. Моноптерос строится с высоким стереобатом, со входом на него шириной в треть его диаметра. Высота его колонн равна диаметру стереобата.

Диаметр колонн равен $^1/_{10}$ всей их высоты, с базой и капителью

Высота архитрава равна радиусу колонн.

Фриз и остальные архитектурные части его как было указано выше при разборе ордеров.

2. Периптерос имеет две ступени и колонны с пьедесталами.

Стена его целлы отступает на $^1/_5$ диаметра круга, образуемого внутренней плоскостью пьедестала колонн.

Внутренний диаметр целлы равен высоте колонн, считая от их плинта.

Колонны имеют пропорции, отвечающие их ордеру.

Высота крыши рассчитывается таким образом,

чтобы высота купола, не считая цветка, была равна полудиаметру всего здания.

Цветок без пирамидальной ножки равен высоте капители.

9. Нормы театра

В 5-й книге, 6-й главе § 1—6 Витрувий дает пропорции римского театра, в 7-й главе § 1—2— греческого театра и в 9-й главе § 1—3 колоннад за сценой.

1. Римский театр. „Нижняя площадь его представляет собой окружность, в которую вписываются на равных между собой расстояниях четыре равносторонних треугольника таким же способом как астрономы, считаясь с законами музыкальной гармонии звезд, вчерчивают в круг двенадцать созвездий.

Задняя сторона сцены определяется стороной ближайшего к сцене треугольника.

Линия раздела сцены и оркестра проходит через центр круга.

Таким образом наша сцена, которая подымается не более 5 фут. над оркестром, обширнее чем греческая. Является это необходимым ввиду того, что у нас все актеры играют на сцене, а оркестр предоставляется под места для сенаторов.

По семи направлениям, взятым от вершины треугольников, идут лестницы для зрителей. Остальные пять вершин определяют царские двери, двери общие и проходы в кулисы.

Длина задней стены сцены равна удвоенному диаметру основного круга, составляющего оркестр.

Высота пьедестала колонн 1-го яруса с карнизом, считая от верхней плоскости сцены, составляет $^1/_2$ диаметра оркестра.

Колонна над пьедесталсм с капителью и базой составляет $^1/_4$ того же диамерта.

Высота архитрава, фриза и карниза равна $^1/$[illegible] высоты колонн.

Высота стены над первым ярусом с своим карнизом равна половине высоты нижнего пьедестала.

Колонны второго яруса над этой стеной на $^1/_4$ меньше нижних. Высота их архитрава, фриза и карниза $^1/_5$ высоты их колонн.

Если над вторым этажом ставится третий, то верхняя стена должна быть сделана наполовину меньше средней, верхние колонны на одну четверть ниже средних, а высота архитрава, фриза и карниза $^1/_5$ высоты их колонн.

Однако эти пропорции не могут быть приняты при всех условиях и дело зодчего, руководствуясь местоположением и размерами театра, изменять их по собственным соображениям.

2. Греческий театр. В то время как в римском театре основной круг делится путем вписания в него четырех треугольников, в греческом то же достигается вписанными тремя квадратами.

Линия сцены определяется основанием первого квадрата.

Задняя стена сцены идет по касательной к основному кругу, параллельной к горизонтальной его оси.

Из концов диаметра круга, на горизонтальной его оси, как из центров, строятся сегменты, окаймляющие оркестр.

Высота сцены на 10—12 фут. выше оркестра.

Лестницы для зрителей идут по направлению вершин квадратов, вписанных в круг.

3. Колоннады за сценой.

За сценой следует дать колоннады для того, чтобы зрители, при внезапных ливнях, прерывающих игру, могли бы укрыться и для того, чтобы иметь удобное место для подготовления представлений.

Колоннады эти делаются тройными рядами, глубиной как от наружных колонн до средних, так и от них до задней стены, равной высоте наружных колонн.

Эти последние делаются дорическими, средние же колонны ионические или коринфские должны быть на $^1/_5$ выше наружных.

Пропорции колонн иные, чем в храмах, так как колонны в храмах должны быть величественными, колоннады же требуют легкость и изящность. Итак,

а) при дорических колоннадах вся высота составляет . . . . 15 частей,
нижний диаметр — таких частей . 2 „
высота капители „ . 1
ширина капители „ . $2^1/_6$
расстояние между колоннами . . . . $5^1/_2$ междуосия (4 : 1 : 4 : 11 и т. д.)

б) при ионических колоннадах:

высота колонны без базы и капители . 8,5 части
нижний диаметр — таких частей . . 1 „
база с плинтом . . $^1/_2$ „

капитель и все остальное, как в храмах.

10. Пропорции форума, базилики и жилого дома

14. При описании устройства форумов, базилик и жилых домов Витрувий дает указания отношений их основных размеров (5-я книга, 1-я глава, § 2):

„длина греческого форума равна его ширине, длина римского форума относится к его ширине как 3 : 2“

6-я книга, 3-я глава, § 3—8:

„длина к ширине атриумов следующая:
длина относится к ширине, как 5 : 3 или
длина относится к ширине, как 3 : 2 или
длина относится к ширине, как сторона квадрата к диагонали его (т. е. как $\sqrt{2}:1$ или около 7 : 5).“

Высота их на $^1/_4$ меньше длины их, причем остающаяся $^1/_4$ идет на перекрытие и кровлю.

Размеры таблинума, т. е. приемного зала, расположенного против атриума на продольной оси дома, следующее.

При ширине атриума в 20 фут. $^2/_3$ его ширины
„ „ „ 30 - 40 „ $^1/_2$ „
„ „ „ 40—60 „ $^2/$[illegible] „

высота таблинума до перекрытия на $^1/_8$ выше ширина зала, причем кессоны между балками дополнительно равны $^1/_3$ ширины.

Длина перистиля (т. е. внутреннего открытого, обнесенного колоннадой двора) должна быть на $^1/_3$ более его ширины. Высота колонн должна быть равна ширине колоннады. Междуколонния следует делать равными 3—4 диаметрам колонн.

Длина столовых делается вдвое больше их ширины.

Высота же всех вообще помещений удлиненной формы должна равняться половине суммы их ширины и длины.

Залы же собраний, квадратные залы или картинные залы следует делать в полтора раза выше их ширины".

Ознакомление с приведенными выше мыслями и указаниями Витрувия принесло в свое время немалую пользу и если они и далеко не равноценны, если приводимый Витрувием перечень численных отношений частей храмов и гражданских сооружений имеет лишь теоретическое значение, то тем характернее его суждения об общих законах гармонии, о постоянных отношениях в проявлении прекрасного не в одной архитектуре, но и, по мнению древних, в проявлениях природы вообще, в строении самого человека, отношениях как абсолютных, так и в преломлении их в связи с строением нашего глаза.

ЛИТЕРАТУРА

Aurès A., Téorie nouvelle du module Nimes, 1862.

Alberti L., B. De re andificatoria 1460.

Audran C., Les proportions du corps humain, Paris 1683.

Blondel F., Cours d'architecture, Paris.

Boisserée S. Histoire et Description de la cathédrale de Cologne, 1823.

Carus G. G., Symbolik der menschlichen Gestalt, Leipzig 1853

Cesariano C., Vitruvius Como, 1521.

Chipiez Ch., Le système modulaire et les proportions dans l'architecture grecque, Paris 1891.

Corbusier, L'art dècoratif d'aujourd'hui, 1929. L'architecture Vivante, 1929.

Cousin, L'art de dessigner de maistre Cousin, Paris 1685.

Dehio G. Ein Proportionsgesetz der antiken Baukunst, Strassburg 1893.

Dehio G. Untersuchungen über das gleichseitige Dreieck, als Norm gothischer Bauproportionen, Stuttgart 1894.

Drach A. Huttengeheimniss vom gerechten Steinmetzen—Grund, Marburg 1897.

Dürer, 4 Bucher von menschlicher Proportion, Nürnberg 1828.

Durand, Précis d'architecture, Paris 1823.

Eicken H. Der Baustil, Cöln 1918.

Gesellschaft S. Georgio Die Architectur der Renaissance in Toscana.

Geymüller, Handbuch der Architectur II Th., 6 Bd, Heft 1.

Goeringer, Der goldene Schnitt, Munchen 18‹3.

Hay D. R. The geometrie beauty of humanfigure defined Edinburg 1851.

Hay D. R. The natural principles of beauty, 1852.

Henszlmann E. Théorie des proportions, appliquées dans l'architecture, Paris 1860.

Hoffstadt Fr. Gothisches A. B. C. Buch, 1840.

Hogarth, Analysis of beauty, 1703.

Jayne B. Doctrine of proportion Griffith, 1891.

Knauth I. Das Strassburger Münster und die Cheopspyramide Strassburg 1908.

Krause, Drei Freimaurervorschriften über Kunst, Dresden 1820.

Le Brun Théorie de l'architecture grecque et romaine Paris 1807.

Mössel Dr., E. Urformen des Raumes, Munchen 1932.

Palladio A., I quattro libri dell architettura, Venezia 1570.

Парланд А А. Храмы древней Греции.

Patioli Lucca. De divina proportione, 1599 (перев. на нем. Winterberg).

Pennethorne I., The geometrics and optics of ancient architecture, London 1878.

Penrose Fr. The Principles of Athenian Architecture, London 1860.

Plato. Timaios. Hippias Phaedros. Philebos.

Пясецкий В. Н., Нормальные и идеальные пропорции человеческого тела, СПБург 1910.

Reinhardt R. Die Gesetzmässigkeit der griechischen Baukunst, Stuttgart 1903.

Rivius W., Vitruvius, Nurnberg 1548.

Roritzer M., Construction gothischer Kreuzblumen, 1486.

Shadow I. G. Polyklet, Berlin 1834.

Schmidt C. Proportionsschlüssel, Stuttgart 1849.

Schultz W. Die Harmonie in der Baukunst Hannover — Linden 1891.

Swicianowski I. La loi de l'harmonie dans l'art grec, Paris 1888.

Собанеев Л. Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения. Искусство т. II и т. III.

Thiersch A. Die Proportionen in der Architectur Handbuch IV Th. I.

Viollet-Le Duc Entretiens sur l'architecture t. 1, 9-ème entretien.

Viollet Le-Duc, Dictionnaire raisonné tome 7, Paris 1863—1864.

Villard de Honnecourt, Рисунки XIII столетия.

Vitruvius M. P., X libri de architettura 27.

Wittstein, Der goldene Schnitt.

Zeising A. Neue Lehre von den Proportionen, Berlin 1854.

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК ОПЕЧАТОК

Страница	Строка: левая колонка	Строка: правая колонка	Напечатано	Следует читать
56	28 сверху		0,786153	$\sqrt{0,786153}$
	30 »		$\frac{\pi}{4}$ (0,886222)	$\frac{\pi}{4}$
75		6 сверху	$kc : kf$	$ke : hf$
81	на табл. XII черт. 1	3 сверху	$DC : AB$	$DC : AD$
103	9 сверху		$M\ ^1/_2M - M^2$	$^1/_2M - M^2$
109	7 снизу		$^1/_2M^1\ M^1$	$^1/_2M^1$
114		3 сверху	$M^2 = 22,33$	$M^2 = 13,8$
117	9 сверху		a^2M^6	a^2M^5
118	31 сверху		aM^6	aM^5
129	7 сверху		$AB = a/^6$	$AH = aM^6$
	8 сверху		BD целое $= S = a/^2 - aM^6$	BD целое $= S = aM^2 - aM^6$
	9 сверху		BC майор $= M = a/^3 - aM^7$	BC майор $= M = aM^3 - aM^5$
	10 сверху		CD минор $= m\ \ a^4 - aM^6$	CD минор $= m = aM^4 - aM^6$
133		22 снизу	ck	lk

Проф. Г. Д. Г р и м м. Пропорциональность в архитектуре.